

[Cierre de edición el 30 de abril del 2024]

<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>
<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

La modelación matemática en el proceso de formación de docentes de matemática de secundaria

Mathematical Modeling in the Training Process of Secondary Mathematics Teachers

Modelagem matemática no processo de formação de professores de matemática do ensino médio



Jesennia Chavarría-Vásquez

Universidad Nacional

ROR: <https://ror.org/01t466c14>

Escuela de Matemática

Heredia, Costa Rica

jesennia.chavarria.vasquez@una.ac.cr

 <https://orcid.org/0000-0002-6112-1231>

Ronny Gamboa-Araya

Universidad Nacional

ROR: <https://ror.org/01t466c14>

Heredia, Costa Rica

ronny.gamboa.araya@una.ac.cr

 <https://orcid.org/0000-0002-9531-0372>

Recibido • Received • Recebido: 21 / 09 / 2022

Corregido • Revised • Revisado: 08 / 02 / 2024

Aceptado • Accepted • Aprovado: 15 / 03 / 2024

Resumen:

Introducción. En este artículo se plantean aspectos relacionados con la modelización y modelación matemática como actividades que deben incluirse en los procesos de formación docente; para generar habilidades en el futuro profesorado tendientes a su abordaje en el proceso de enseñanza y aprendizaje. **Propósito.** El propósito es brindar argumentos que sustenten la necesidad de que las instituciones encargadas de la formación de docentes incorporen estos procesos en sus estructuras curriculares; además, brindar ideas sobre algunos tipos de actividades que la persona docente puede aplicar en la clase. **Discusión.** Las ideas aquí desarrolladas se han construido a partir de una revisión de literatura relacionada con el tema, así como de un proceso de investigación por parte de las personas autoras. Este último implicó, en el año 2021, extraer evidencias de la propuesta para el abordaje de la modelización matemática en los planes de estudio de las universidades públicas en Costa Rica. Este análisis, se enfocó en determinar si cada curso en la descripción, los objetivos, los contenidos, las indicaciones puntuales, entre otros, hacía referencia a la modelización matemática y si se presentaban sugerencias metodológicas para su abordaje. Se evidencia que la modelación matemática, como estrategia didáctica, es una actividad a la cual debe brindársele una mayor importancia en la enseñanza de la disciplina. La incorporación de los procesos de modelización matemática en la formación profesional del profesorado y académica en el estudiantado resulta relevante para el desarrollo de habilidades específicas. **Conclusiones.** Surge la necesidad de ejecutar acciones orientadas a la



<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

formación del profesorado para implementar este tipo de tareas. El objetivo es que el estudiantado aprecie la aplicabilidad de la materia y que sus conocimientos le permitan la comprensión su contexto.

Palabras claves: Estudiantado; matemáticas; modelización; ODS4 formación de docentes; profesorado; tareas.

Abstract:

Introduction. This article discusses aspects related to mathematical modeling and mathematical modeling as activities that should be included in teacher training processes. The purpose is to cultivate skills in future teachers to integrate mathematical modeling and modeling in the teaching and learning process. **Purpose.** This paper aims to provide arguments supporting the need for institutions in charge of teacher training to incorporate these processes into their curricular structures. It also aims to furnish ideas about some types of activities that the teacher can implement in class. **Discussion.** The ideas developed here have been built from a literature review related to the subject, as well as from a research process by the authors in 2021. The latter entailed extracting evidence from the proposal to incorporate mathematical modeling into the study curricula of public universities in Costa Rica. This analysis aimed to ascertain whether each course in the description, objectives, contents, and specific indications, among others, made reference to mathematical modeling and if methodological recommendations were provided for its implementation. It is clear that mathematical modeling, as a didactic strategy, holds significant importance in teaching the discipline. Incorporating mathematical modeling processes in the professional training of teachers and academic training of students is relevant for developing specific skills. **Conclusions.** There is a need to execute actions aimed at teacher training to implement this type of task. The objective is that students recognize the applicability of the subject and that the knowledge of it enables them to understand its context.

Keywords: Students; mathematics; modeling; SDG4 training teachers; teachers; tasks.

Resumo:

Introdução. O presente artigo aborda aspectos pertinentes modelagem e modelagem matemática como atividades que devem ser incluídas nos processos de formação de professores, visando fomentar competências nos futuros educadores para sua aplicação no processo de ensino e aprendizagem. **Objetivo.** O objetivo é fornecer argumentos que sustentem a necessidade de as instituições responsáveis pela formação de professores incorporarem esses processos em suas estruturas curriculares. Além disso, propõe-se fornecer ideias sobre alguns tipos de atividades que o professor pode aplicar em sala de aula. **Discussão.** As ideias aqui desenvolvidas originam-se a partir de uma revisão da literatura relacionada ao assunto, bem como de um processo de pesquisa dos autores. Esta pesquisa, conduzida em 2021, consistiu na coleta de evidências da proposta de inserção da modelagem matemática nos currículos das instituições de ensino superior públicas da Costa Rica. Esta análise teve como objetivo verificar se cada curso na descrição, nos objetivos, conteúdos e nas indicações específicas, entre outros, fazia referência à modelagem matemática e se foram apresentadas sugestões metodológicas para sua abordagem. Fica evidente que a modelagem matemática, como estratégia didática, é uma atividade que deveria receber maior importância no ensino da disciplina. A incorporação de processos de modelagem matemática na formação profissional de professores e



formação acadêmica no corpo discente é relevante para o desenvolvimento de habilidades específicas.

Conclusões. Existe a necessidade de realizar ações voltadas para a formação de professores para a execução desse tipo de tarefa. O objetivo é que o corpo discente valorize a aplicabilidade do assunto e que seu conhecimento permita compreender seu contexto.

Palavras-chave: Alunos; matemática; modelagem; ODS4 treinamento de profesor; profesores; tarefas.

Introducción

El contexto social actual se ha caracterizado por un creciente y expansivo uso de la tecnología en todas las áreas del conocimiento, por la diversificación de quehaceres y por el requerimiento de nuevas habilidades y conocimientos en los individuos para su desarrollo social, laboral y personal. Lo anterior, implica, específicamente para la Educación Matemática, desarrollar espacios de formación que propicien en el estudiantado la ejecución y aplicación de procesos matemáticos de mayor complejidad, y estructuras de pensamiento orientadas a la resolución de problemas, acorde con las necesidades de la sociedad.

Por lo tanto, los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática deben orientarse hacia el desarrollo de capacidades, por parte del estudiantado, relacionadas con la resolución de problemas en distintos niveles de complejidad y la aplicación de conceptos y procedimientos matemáticos acompañados de un alto nivel de justificación y argumentación, donde la modelización se constituye en una parte central para el logro de lo antes descrito ([Ministerio de Educación Pública \[MEP\], 2012](#)).

El objetivo de la enseñanza de la matemática debe ser, por lo tanto, la formación de un ser humano crítico, pensante y transformador de su realidad ([Rodríguez, 2010](#)) con capacidad de aplicar los conocimientos matemáticos para la comprensión de su contexto y generar solución a los distintos problemas. Lo que, a su vez, se convierte en un reto, pues se deben ejecutar situaciones de aprendizaje con visión de futuro, lo que implica

- Desarrollar capacidades de autoaprendizaje
- Desarrollar capacidades de investigación
 - o Identificar, resolver y crear problemas
 - o Entender y crear demostraciones
 - o Resolver y crear problemas usando las TIC
- Desarrollar capacidades para construir modelos y manejar situaciones complejas
- Desarrollar capacidades para predecir, seleccionando información y usándola adecuadamente. ([Malaspina Jurado, 2012, p. 19](#))

<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

Desde esta perspectiva, la construcción de modelos matemáticos, como estrategia pedagógica para la enseñanza, adquiere una especial relevancia debido a factores asociados con la motivación del estudiantado, a la creación de ambientes educativos que propicien el aprendizaje, a la preparación del estudiantado para usar las matemáticas en diferentes áreas y el desarrollo de habilidades de exploración y comprensión del papel sociocultural que posee la matemática (Barbosa, 2004).

En este sentido, Ledezma et al. (2024) apuntan que “la modelización matemática ha ido ganando un espacio importante en los currículos educativos, razón por la cual la enseñanza de este proceso ha sido incluida en los programas de formación de profesores de matemática” (p. 58). Sin embargo, para que la modelización matemática sea utilizada como una estrategia de enseñanza, se requiere que el profesorado de matemática posea las habilidades y los conocimientos requeridos para ello (Barquero Ocampo & Chaves Montero, 2023).

Por ello, ha existido una creciente línea de investigación que se ha enfocado en la enseñanza de la modelización para docentes de matemática en formación (Ledezma et al., 2024), especialmente porque el requerimiento de que el estudiantado posea habilidades y conocimientos “en modelización matemática que les permita enfrentar situaciones-problema de la vida real a través de la creación de modelos matemáticos, se traduce en una necesidad de formación por parte del profesorado en esta área” (Barquero Ocampo & Chaves Montero, 2023, p. 16).

En Costa Rica, a partir de la aprobación de los Programas de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012), la modelización matemática adquirió una mayor relevancia como estrategia didáctica. No obstante, se evidenció la poca formación que el profesorado de matemática posee en el tema y la necesidad de abordarse desde el currículum de formación docente.

Con base en lo anterior, el objetivo de este documento es brindar argumentos en favor de la inclusión de la modelación matemática en los procesos de formación docente como un medio para crear en el profesorado habilidades y estrategias matemáticas y pedagógicas que favorezcan su formación matemática, didáctico-matemática y la incorporación de este tipo de tareas en la clase, con el fin de propiciar el desarrollo de habilidades específicas en el estudiantado asociadas a la investigación, exploración, creación de conjeturas, argumentación, explicación, aplicación de la matemática, entre otras.

Lo anterior se plantea desde el campo de estudio de la Educación Matemática, pues se orienta a la comprensión de cómo se aprende y cómo se debe enseñar la disciplina, teniendo como eje la modelación matemática y las habilidades didácticas de la persona docente para incentivar en el estudiantado el desarrollo de habilidades como la observación, el razonamiento crítico, la argumentación, la resolución de problemas, la modelización matemática, entre otras; además, de la valoración de la utilidad de la disciplina en la vida diaria.

La información incluida en este documento aborda la definición de lo que es un modelo y qué se entiende por modelización y modelación matemática. Además, se presentan argumentos relacionados con la importancia de incorporar estos procesos en la formación de docentes de matemática, se aborda la modelización matemática como una habilidad docente y la modelación matemática como una estrategia didáctica, se expone algunos ejemplos de tareas de modelación matemática que se pueden emplear en el aula y se dan algunas reflexiones finales.

Modelo, modelización y modelación

Para el propósito de este documento se expondrá, brevemente, la definición de modelo, modelización y modelación que se asume. En la Educación Matemática la discusión relacionada con dichos conceptos es un tema no acabado

Se define modelo matemático “a un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que intentan explicar, predecir y solucionar algunos aspectos de un fenómeno o situación” (Villa-Ochoa, 2007, p. 67). Un modelo matemático es una imagen simplificada y formalizada de una parte del mundo real; formalmente se podría representar por medio de una triplete (D, M, f) que consta de un dominio D del mundo real, un subconjunto M del mundo matemático y una aplicación de D a M (Niss et al., 2007, citado por Blum, 2015).

El proceso mediante el cual se construyen modelos matemáticos se ha denominado modelización matemática. Algunos estudios como los realizados por Ríos (1995), Swetz & Hartzler (1991) y Villa-Ochoa (2007) concuerdan en definirlo de esa manera, agregando a esta definición el hecho de que la modelización matemática permite una aproximación a problemas del mundo real mediante la matemática (Ríos, 1995) y de esta forma se constituye en parte de la resolución de problemas (Swetz & Hartzler, 1991).

Esto implica un ciclo de modelización que Blum (2015) resume en siete pasos: 1) comprender o construir el modelo a partir de la situación real; 2) simplificar o estructurar el problema para su análisis (modelo real); 3) matematizar la situación problema a partir de herramientas y conocimientos disciplinares (modelo matemático); 4) trabajar matemáticamente para resolver el problema (resultados); 5) interpretar los resultados obtenidos según el contexto real; 6) validar los resultados obtenidos según la situación modelos; 7) exponer, presentar o comunicar los resultados obtenidos y posibles conexiones del problema con otros fenómenos.

Por otra parte, se entiende como modelación matemática “la actividad que se realiza en la clase de matemáticas cuya naturaleza se deriva de la actividad científica de la modelización” (Villa-Ochoa, 2007, p. 70). Según Méndez Reina et al. (2020) y Villa-Ochoa (2007), la modelación matemática, como enfoque de trabajo, se basa en el desarrollo de conceptos y nociones matemáticas que permiten la comprensión de esta, además, de realizar reflexiones sobre construcción de modelos, su concepción como una competencia para resolver problemas reales y su conceptualización como un proceso cíclico.



<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>
<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

¿Por qué la modelización y la modelación matemática deben incorporarse en los procesos de formación docente?

De acuerdo con el [MEP \(2012\)](#), la estrategia principal de los Programas de Estudio de Matemáticas en Costa Rica es el abordaje de la materia desde lo concreto hacia lo abstracto, con el propósito de desarrollar la capacidad matemática para, entre otros procesos, resolver problemas y modelar diversas situaciones. En este sentido, el [MEP \(2012\)](#) sugiere que en las lecciones de matemática se incorporen problemas relacionados con contextos reales (físicos, sociales o culturales) que impliquen su planteo, replanteo y resolución por medio del uso y construcción de modelos matemáticos. Así, “la contextualización que se propone busca fortalecer un papel estudiantil activo y comprometido con su aprendizaje, recalcando la identificación, uso y diseño de modelos matemáticos adecuados para cada nivel educativo” ([MEP, 2012, p. 17](#)).

De acuerdo con el [MEP \(2012\)](#) este proceso de modelización se desarrolla en forma natural y se ve favorecido cuando la actividad educativa se centra en la organización de clases por medio de problemas. Es en este contexto donde adquiere especial importancia el papel de la persona docente como generadora de actividades pedagógicas que incentiven la contextualización, resolución de problemas y modelización matemática. En este sentido,

una correcta aplicación de la modelación matemática en el aula de clases demanda un docente preparado y convencido para tal acción. A pesar de ello, la modelación matemática sigue ausente en la mayoría de los currículos de la formación inicial de docentes. Esto implica que sin la debida formación y desarrollo continuo, el docente sería incapaz de desarrollar planeaciones didácticas basadas en la modelación matemática y por consiguiente ser exitoso en su aplicación. ([Zaldívar Rojas et al., 2017, p. 89](#))

Con el propósito de extraer evidencias de la propuesta para el abordaje de la modelización matemática en los planes de estudio de las universidades públicas en Costa Rica que forman docentes de matemática, se procedió a realizar una lectura de los programas de los cursos de los planes de formación de la Universidad de Costa Rica (UCR), Tecnológico de Costa Rica (TEC), Universidad Estatal a Distancia (UNED) y Universidad Nacional (UNA). La Universidad Técnica Nacional (UTN) no imparte la carrera, por lo tanto, no fue incluida.

El objetivo fue analizar los descriptores de los cursos que se incluyen en la malla curricular de los planes de estudios. No se tomaron en cuenta cursos enfocados en una formación no disciplinar (matemática o pedagógica), por ejemplo, Estudios Generales, idiomas, materias deportivas, entre otros.

Es importante señalar que, en el caso TEC y UNA se pudo tener acceso a todos los programas de los cursos. En la UCR y la UNED no fue posible tener acceso al programa de estudios completo. Para la UNED las personas investigadoras, según su criterio y basados en la estructura curricular, identificaron aquellos cursos en los cuales se consideró que se podrían abordar aspectos de modelización. Una vez realizada la lista se procedió a solicitar los descriptores de dichos cursos. En el caso de la UCR se analizaron únicamente los cursos del área de matemática. La cantidad de programas de cursos analizados por universidad fue la siguiente: UCR 19; TEC 42; UNED 9; UNA 39.

En cada curso se analizó si en la descripción de este, los objetivos, los contenidos, las indicaciones puntuales, entre otros, se hacía referencia a la modelización matemática. No se hizo énfasis en la ubicación del curso en la malla curricular. Para aquellos cursos donde se identificó alguna referencia a la modelización matemática se extrajo la habilidad, los objetivos, los contenidos o las indicaciones puntuales realizadas. Esta información se incluyó en una tabla donde las columnas eran: universidad, curso, habilidades específicas, indicaciones puntuales (metodológicas o de contenidos), observaciones (anotaciones realizadas por el equipo investigador). Cada una de las filas estaba representada por el curso en el cual se detectó alguna referencia a la modelización matemática. Por cuestiones de espacio, en este documento no se incluye la tabla completa, solo se destacan las habilidades asociadas.

Universidad de Costa Rica (UCR)

En el caso de la Universidad de Costa Rica, las habilidades establecidas en relación con la modelización en los distintos cursos son cada vez más específicas, conforme avanza el plan de estudios. Las habilidades destacadas en relación con la modelización son las siguientes:

- a) Capacidad de síntesis para la presentación e interpretación de información correspondiente a situaciones cotidianas.
- b) Aplica los conocimientos de modelización y plantea y resuelve problemas de diversas disciplinas.
- c) Integra diferentes conocimientos utilizados en la resolución de problemas que involucran, números reales, ecuaciones de una variable estimación de fórmulas, derivación, integración, ecuaciones diferenciales.
- d) Desarrollo de un nuevo modelo matemático para enfrentarse a los problemas: modelo numérico.
- e) Valora y reflexiona sobre el trabajo matemático, específicamente sobre los modelos que estas utilizan para “estudiar” la “realidad objetiva”



<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC)

En el caso del Tecnológico de Costa Rica, solamente en cuatro cursos se hace mención explícita de aspectos relacionados con la modelización matemática. En estos cursos se destacan habilidades como

- a) Aplicación de contenidos específicos (por ejemplo, la teoría de grafos y la programación lineal) para la modelación de situaciones concretas y en la resolución de problemas.
- b) Identificación de aspectos teóricos, características y elementos básicos que fundamentan algunos modelos matemáticos.
- c) Empleo y generalización de métodos modelización matemática en la resolución de problemas particulares en diferentes áreas.
- d) Uso herramientas computacionales y conceptos teóricos para resolver o modelar problemas matemáticos.

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)

De los programas de los cursos analizados de la Universidad Estatal a Distancia, únicamente en dos, se identificaron aspectos de resolución de problemas en los cuales, eventualmente, se podrían realizar procesos de modelización matemática. Sin embargo, no se evidenció una mención explícita al proceso de modelización matemática, su concepto o abordaje.

Universidad Nacional (UNA)

En el caso de la Universidad Nacional, se incluyen habilidades específicas que se pretenden desarrollar a través algunos cursos. Entre ellas

- a) Analizar el abordaje de la modelización en los programas de estudio de matemática de la Educación Primaria y Secundaria.
- b) Analizar el papel de las representaciones estadísticas y probabilísticas en la modelización de diferentes fenómenos.
- c) Construir e interpretar modelos matemáticos a partir de situaciones reales para reconocer la importancia de la matemática en la vida cotidiana.
- d) Construir entornos de aprendizaje a partir de la identificación de situaciones del contexto que pueden ser modeladas mediante funciones reales de variable real.
- e) Identificar a la Probabilidad y la Estadística como una herramienta para modelar diferentes fenómenos.

- f) Identificar situaciones cotidianas o matemáticas que puedan ser modeladas por medio de una ecuación o inecuación, plantearla y resolverla.
- g) Plantear y resolver problemas, de índole puramente matemático, modelados por ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, tales como: Ecuación diferencial de una familia uniparamétrica de curvas y trayectorias ortogonales de una familia uniparamétrica de curvas.
- h) Representar situaciones contextuales mediante modelos matemáticos para potenciar su uso como estrategia didáctica.
- i) Utilizar la visualización, el razonamiento matemático, la modelización geométrica y las medidas para resolver problemas.

Al analizar los programas de los cursos de los planes de formación docente en matemática de las universidades públicas, con las consideraciones realizadas, fue posible observar que, aunque se hace referencia a la modelización matemática, específicamente al proceso de modelización en la resolución de problemas, no se visualiza un análisis teórico del concepto, los procesos de modelización y las habilidades requeridas para ello.

Se menciona la modelización matemática como una habilidad en el estudiantado enfocada en su aplicación y en la realización de modelos, pero no se analizan los aspectos previos del modelado. Pareciera que se asume que la persona estudiante logra las habilidades requeridas en forma *natural* con el desarrollo de los contenidos matemáticos. Aunque hay un esfuerzo por incorporar estos procesos en forma explícita, la ausencia de una reflexión teórica y su abordaje en forma integral en los planes de estudios puede provocar que el personal docente que imparte los cursos realice acciones aisladas, desde su propia perspectiva, para el desarrollo de la modelización matemática y que no se relacionan con las acciones que se utilizan en otros cursos de formación docente.

Tampoco que observa un abordaje de la modelización matemática como una estrategia didáctica para la enseñanza de la disciplina. Se aborda como parte del proceso de formación, pero no para su práctica docente. Este aspecto es relevante si consideramos el hecho que la modelización matemática es uno de los aspectos que el futuro personal docente debe abordar en el desarrollo del plan de estudios del MEP, por lo que es vital el desarrollo de estas habilidades en ellos.

La modelización y la modelación matemática se consideran factores indispensables en el proceso de formación docente como un medio para construir y aplicar el conocimiento matemático, para el desarrollo de estas habilidades en el profesorado y para diseñar ambientes de aprendizaje contextualizados, donde estos procesos se puedan desarrollar en función del estudiantado (Méndez Reina et al., 2020).

<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

Con base en lo anterior se evidencia la necesidad de que los planes de formación de docente de matemática incluyan conocimientos relacionados con la modelización matemática desde sus fundamentos teóricos y didácticos. Tanto las futuras personas docentes como las que imparten los cursos en estas carreras, deben tener claro cuáles son los abordajes existentes, las formas de hacerlo, tipo de actividades que se pueden utilizar y relacionar esto con las actividades de aula del futuro profesorado.

La modelización matemática como habilidad docente

A lo largo de la historia existió, y aún hoy, una estrecha interrelación entre la matemática y otras ciencias. Esta aplicabilidad de la disciplina en otros campos del conocimiento no debe abordarse únicamente a nivel universitario, en las carreras que hacen un uso de ella en forma instrumental, sino que debe ser un eje transversal en la Educación Matemática en todos los niveles educativos.

La poderosa relación entre la matemática y la 'realidad' es el fundamento de la enseñanza matemática a nivel escolar; en particular, la matemática (álgebra, geometría, estadística) es el lenguaje de las ciencias y nos ayuda a abordar y entender problemas que enfrentamos como ciudadanos. (Borromeo Ferri et al., 2021, p. 17)

Dentro de este contexto, la modelización matemática surge como una estrategia pedagógica que permite abordar la aplicabilidad de la disciplina en otras áreas. Ciencias como la biología, fisiología, medicina, agronomía, economía, entre otras, constituyen campos del saber que pueden brindar numerosas aplicaciones y que, a la vez, demandan nuevas herramientas matemáticas que permitan un manejo más ágil de los datos, donde se tiene que evitar el desarrollo de acciones aisladas, dispersas o segmentadas por un abordaje de fenómenos o problemas de una forma integral y desde distintas disciplinas (Pochulu, 2018).

No obstante, en la enseñanza de la matemática son escasas las actividades donde el estudiantado tiene la oportunidad de aplicar sus conocimientos en situaciones reales; lo que genera una visión de la disciplina no muy favorable y la valoración de esta como poco aplicable (Hein & Salett Biembengut, 2006). Este abordaje de la enseñanza de la matemática imposibilita que el estudiantado posea una visión amplia de la disciplina y se limite, en muchos casos, solo al manejo de algoritmos. En este sentido, se señala que

Aprender matemáticas no consiste en disponer de un recetario de fórmulas que funcionan de una manera un tanto misteriosa o mágica, y, por similares razones a las que fundamentan la frase anterior, aprender esa disciplina tampoco es reunir una colección de aparatos que proveen de una colección de apps. Obviamente si bastara con disponer de unas cuantas fórmulas, el aprendizaje de la matemática se habría conseguido hace tiempo. (Borromeo Ferri et al., 2021, p. 13)

La comprensión conceptual de la matemática requiere de la aplicación de estrategias matemáticas que se vinculen al contexto inmediato (sociedad, familia, etc.), por lo que la formación académica del estudiantado debe relacionarse con la realidad y promover el entendimiento a través del juego, la simulación y la modelación (González Rojas, 2021).

Lo anterior implica realizar cambios en la forma en que concebimos el aprender y el enseñar matemática, por lo que el trabajo colaborativo, la tecnología, la integración de las disciplinas científicas y la matemática, el abordar problemas reales y el modelar para entender fenómenos, se convierten en aspectos que deben ser considerados en este proceso (Borromeo Ferri et al., 2021). En este contexto, “la modelización matemática ofrece una oportunidad de aprender la matemática del mismo modo en que, en términos generales, se la elabora –y, además, aquel en que con frecuencia surgieron grandes ideas de la matemática–” (Borromeo Ferri et al., 2021, p. 17).

Esta situación debe ser retomada y evidenciada en la formación de profesionales de distintas áreas, a través de la interdisciplinariedad, y debe ser uno de los pilares de la enseñanza de la matemática. La construcción de modelos matemáticos constituye una competencia matemática que todo individuo debe adquirir, en particular, las personas docentes de matemática (Henning & Keune, 2007). En este sentido, la inclusión y el desarrollo de prácticas matemáticas en la formación de docentes de la disciplina que promuevan la resolución de problemas, el uso de distintos contenidos matemáticos, la relación entre ellos y la estructuración de distintas formas de razonamiento, propician la comprensión de los diferentes aspectos que definen las matemáticas escolares y, a la vez, incentivan el desarrollo de habilidades asociadas con la modelación matemática (Forero Poveda, 2020).

Por esto, en el proceso de formación docente “se espera que el profesor de matemáticas tenga espacios donde pueda participar como resolutor, evaluador, investigador en actividades asociadas a procesos de modelación matemática, en las cuales pueda constituir experiencias de formación que contribuyan en su desarrollo profesional” (Forero Poveda, 2020, p. 78).

Se ha reconocido que “La práctica efectiva de la modelación en el aula es desafiante para los docentes, por lo que la calidad de las experiencias de aprendizaje de los alumnos dependerá de la calidad de la formación que los profesores puedan ofrecer” (Acebo-Gutiérrez & Rodríguez-Gallegos, 2021, p. 17). Por lo tanto, no se puede negar el hecho que el uso de la modelización matemática en la enseñanza de la disciplina depende, en gran parte, de la habilidad y conocimiento que sobre esta posea el personal docente. Es con base en lo anterior que adquiere relevancia la incorporación de procesos de modelización matemática en la formación del profesorado.

Rosa et al. (2015) plantean la relevancia de analizar la modelización matemática en la formación universitaria de las futuras personas docentes de la materia matemática desde dos argumentos principales: la relación de la modelización matemática con los currículos de los



<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

niveles de educación primaria y secundaria; y las competencias que se esperan del estudiantado por parte organismos internacionales, como PISA u otros, con respecto a la matemática y a las habilidades y niveles de competencia en modelización matemática.

Así, Rosa et al. (2015) señalan cuatro aspectos fundamentales de la modelización matemática que deben abordarse en la formación universitaria y que no son ajenos a la formación docente: a) el rol de la modelización, la tecnología y la experimentación en la comprensión de las nociones matemáticas; b) los aspectos que pueden tenerse en cuenta en el diseño de contextos didácticos con modelización matemática; c) la dimensión crítica y reflexiva de la modelización matemática; d) la necesidad de *transponer* cierto tipo de prácticas de modelización a la formación de profesores de matemáticas.

La incorporación de la modelización matemática en los procesos de formación docente le permite al futuro profesorado dar sentido a la matemática más allá de una concepción limitada a un conjunto de reglas, procedimientos y técnicas; favorece su creatividad, el análisis e interpretación datos y el desarrollo de estrategias y recursos que le otorgan herramientas para la selección actividades de aprendizaje aplicables en contextos de aula, lo que posee consecuencia directa en su quehacer didáctico y pedagógico.

Este proceso se debe de complementar con las voces del profesorado, con el fin de comprender qué tipo de apoyo necesitan para desarrollar e implementar actividades en el aula que puedan incentivar en el estudiantado el desarrollo de competencias matemáticas, el razonamiento y el pensamiento crítico, donde el modelado y el planteamiento de problemas sean estrategias educativas valiosas para lograr tales resultados (Passarella, 2021).

La futura persona docente debe ser consciente de que la modelización matemática, como recurso didáctico, propicia en el estudiantado espacios para el debate y la toma de conciencia sobre la aplicación de la matemática en diferentes aspectos de la sociedad y el papel sociocultural de la disciplina; además de ser una actividad que requiere el empleo y desarrollo de competencias y conocimientos, tanto matemáticos como de otras áreas, para la comprensión, explicación y traducción, al lenguaje matemático, de los fenómenos que se analizan (Barbosa, 2004; Blum, 2015).

La modelación matemática como una estrategia didáctica

La modelización, como método de enseñanza de la matemática, permite en el estudiantado un mejor aprendizaje de los contenidos relacionados con la disciplina y el reforzamiento del pensamiento crítico-reflexivo y su habilidad en la lectura, interpretación, formulación y resolución de situaciones problemas. Al respecto, "seguramente conviene distinguir desde ya la modelización y la resolución de problemas en general: un problema podría tratar una cuestión puramente

matemática, y el modelo ha de tener una conexión necesaria con la 'realidad'" (Borromeo Ferri et al., 2021, p. 15). El modelado y la formulación de problemas representan formas típicas de trabajo y pensamiento de los matemáticos en todos los niveles (Passarella, 2021).

Sin embargo, aun "cuando la modelación matemática es considerada como esencial en los programas escolares, esta no se aplica ... en muchos países" (Acebo-Gutiérrez & Rodríguez-Gallegos, 2021, p. 15). Incluso, Villarreal (2020) destaca que el desarrollo de actividades de modelización, con base en datos obtenidos a partir de distintos experimentos, es de poco uso en las aulas escolares.

En este contexto, la inclusión de la modelación matemática en el aula, según Blum (2015); Molina-Mora, 2017; Moreno Verdejo et al. (2021); Passarella (2021) y Villarreal (2020), permite al estudiantado: a) despertar su interés por el aprendizaje de la matemática, comprenderla mejor y dar sentido a su aprendizaje y a los conocimientos matemáticos que se estudian; b) percibir la aplicabilidad de la matemática y la relación de esta con el mundo exterior; c) adquirir los conocimientos matemáticos como una herramienta para su uso fuera del aula y en el contexto en el que se desenvuelve; d) abordar, comprender, simular, analizar, describir y explicar problemas de la realidad, del contexto, bajo distintas condiciones, para relacionarlos con la matemática y optimizar ciertos aspectos vinculados con estos; e) traducir problemas reales al mundo matemático; f) participar en procesos de modelización matemática y mejorar, en forma paulatina, las habilidades relacionadas con estos; interpretar resultados y hacer modificaciones al modelo creado si este no es adecuado para la situación; g) ampliar su visión de la matemática, como ciencia, en un sentido más integral.

Al aplicar la modelización en el aula, el profesorado tiene que proponer a las personas estudiantes

situaciones de la vida diaria o que le sean familiares, donde se pongan en juego conocimientos matemáticos; esto requiere de un enorme compromiso de su parte ya que debe asumir el reto de innovarse constantemente y enfrentarse a las dificultades del tiempo, un desempeño estudiantil variado, concentrarse en buscar un equilibrio entre los aspectos de la modelización que son importantes rescatar y los conceptos que se quieren enseñar. (Cuenca et al., 2019, p. 170)

Desde esta perspectiva, Blum (2015), con base en hallazgos de otras investigaciones, señala una serie de aspectos importante a considerar para la modelación matemática

- a) Una gestión de la clase efectiva y centrada en la persona estudiante, donde se identifique claramente el proceso de aprendizaje y el proceso de evaluación, donde el error se utilice como un medio para el aprendizaje y donde se haga uso de distintos recursos y estrategias didácticas.

<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

- b) Incentivar al estudiantado a participar activamente en las actividades de modelación matemática, ya sea en forma grupal o individual, con independencia de criterio y pensamiento y con la guía de la persona docente.
- c) Incluir el desarrollo de habilidades metacognitivas que propicien la reflexión y visión retrospectiva con el propósito de retroalimentar el trabajo estudiantil y del profesorado, que permita mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- d) Diseñar tareas adecuadas, en cantidad y forma, según el contexto del estudiantado, que combine situaciones reales y la aplicación de contenidos matemáticos.
- e) El profesorado debe incentivar en el estudiantado la formulación de soluciones a las tareas planteadas según su criterio individual. La persona docente debe limitar su participación en este proceso para no imponer una estrategia de solución; en este sentido, su rol debe ser el de guía.
- f) Las habilidades relacionadas con los procesos de modelización matemática se construyen de forma paulatina y deben favorecerse en todos los niveles educativos.
- g) La modelación matemática debe vincularse también en los procesos de evaluación. No tiene sentido plantear tareas de modelación para el aprendizaje si la evaluación no posee vinculación con ellas. La evaluación debe servir para identificar las fortalezas y debilidades que presenta el estudiantado con el propósito de idear estrategias para atenderlas.
- h) Paralelamente al proceso de habilidades en modelización matemática, el profesorado debe estar atento al adecuado desarrollo de creencias y actitudes del estudiantado, constructos cuya modificación y desarrollo se da en procesos a largo plazo.
- i) Incorporar el uso de la tecnología en el proceso de modelación matemática y garantizar el uso adecuado por parte del estudiantado.
- j) Existe evidencia que el estudiantado puede desarrollar habilidades en modelización matemática y mejorar su actitudes y creencias hacia la disciplina cuando las tareas de aprendizaje han logrado el objetivo para el que fueron diseñadas. Por eso es importante que el profesorado posea habilidades en la modelización y modelación matemática.

El modelado y el planteamiento de problemas son poderosas estrategias educativas para mejorar la enseñanza de la matemática en un enfoque de reinención guiada y puede verse como un medio para reconocer el potencial de la matemática como una herramienta crítica para interpretar y comprender la realidad de la comunidad en la que viven las personas estudiantes o la sociedad en general (Passarella, 2021). Así, el proceso de aprendizaje debe ser un espacio de equilibrio entre la libertad de invención de estudiantado y la orientación del profesorado, donde el uso de situaciones problemas significativas, tanto para el aprendizaje de la matemática como para el personal docente, favorezcan el dar significado a los constructos matemáticos que se desarrollan mientras se resuelven problemas.



Tipo de tareas de modelación matemática que se pueden emplear en el aula

De acuerdo con Blum (2015) y Villa-Ochoa et al. (2017), el desarrollo de la modelación matemática en un ambiente de aprendizaje requiere de la inclusión de ejemplos y tareas adecuadas, tomadas del contexto (periódicos, noticieros, actividades culturales, familiares o productivas) que se constituyan en problemas para el estudiantado (no ejercicios), tratar temas o situaciones conocidas para ellos (juegos, compras, impuestos, cálculo de tarifas, tráfico aéreo o vehicular, entre otros) y que impliquen el desarrollo de habilidades metacognitivas. En este sentido, no se puede determinar si una tarea es adecuada o no de forma a priori, pues dependerá de los objetivos que se pretenden lograr y el contexto en el cual se plantee.

En este proceso interactúa la problematización y la investigación, a partir de las cuales tanto docentes como estudiantes plantean preguntas o problemas, y a partir de la búsqueda de información y su selección, organización, manipulación, análisis y reflexión, se trazan respuestas o soluciones (Barbosa, 2004).

Específicamente sobre el tipo de problemas a utilizar, Blum (2015) menciona distintas perspectivas sobre el tipo de ejemplos y tareas a desarrollar según los objetivos que se plantean

- a) pragmática, donde se hace uso de actividades tomadas del contexto, las cuales se orientan a la comprensión, por parte del estudiantado, de fenómenos y situaciones del mundo real (modelado aplicado);
- b) formativa, donde las actividades implican el uso de estrategias metacognitivas cuyo propósito es el desarrollo de competencias en el estudiantado relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje (modelado educativo);
- c) cultural con intención emancipatoria, donde a través de actividades tomadas del contexto se pretende que el estudiantado adquiera conciencia del papel de la matemática (modelado sociocrítico);
- d) cultural concerniente a la matemática, donde las actividades se orientan al entendimiento de la matemática como una ciencia (modelado epistemológico);
- e) psicológica con intención de marketing, que implica el desarrollo de actividades que resulten interesantes al estudiantado y presenten la matemática como una materia amena, cuyo fin es motivar la resolución y el disfrute en el aprendizaje (modelado pedagógico);
- f) psicológica, donde las actividades son de naturaleza mayormente matemática y se orientan a facilitar la comprensión de los contenidos (modelado conceptual).



<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

En este sentido, [Villa-Ochoa et al. \(2017\)](#) presentan una clasificación alternativa de las tareas o situaciones de modelización matemática que se reportan en la literatura. Las personas autoras indican que esta clasificación no está acabada y no pretende generalizar pero que podría servir de insumo para la toma de decisiones sobre el tema tanto para docentes como para personas investigadoras en Educación Matemática. La clasificación propuesta por [Villa-Ochoa et al. \(2017\)](#) se compone de cuatro categorías y algunas subcategorías

- a) Enunciados verbales, representados por textos o párrafos que presentan una situación problema relacionada, en distinto grado, a la realidad de la persona estudiante, con una interrogante del tipo cuantitativo cuya respuesta requiere del uso de la matemática. Se subdivide en dos
 - i) Realistas, enunciados de situaciones problemas que hacen referencia a aspectos realistas o imaginarios pero que no poseen una vinculación directa con la cotidianidad de la persona estudiante. *Ejemplo.* Una familia de cuatro personas ha invitado a tres amigos a comer a su casa. ¿Cuántos puestos se pondrán en la mesa?
 - ii) Auténticos, enunciados de situaciones problema que presentan una mayor relación entre la matemática y el conocimiento extraescolar del estudiantado, por lo que incentiva la interacción con el mundo real, el contexto de la persona, su actividad diaria, realidad personal, entre otros, lo que aporta un mayor sentido de la tarea para el estudiantado. Estas tareas pueden tener su origen en la experiencia de la persona o puede ser externa a esta. *Ejemplo.* Comparación entre los planes de telefonía celular que tienen los usuarios para analizar la mejor opción en el mercado según sus características.
- b) Construcción de representaciones, actividad que se vincula a las distintas visiones sobre la modelización y cuyo uso posee relación directa con las actividades que el profesorado desarrolle en la clase. Estas representaciones pueden ser
 - i) Gráficas, basadas en tareas donde se requiere analizar variaciones, cambios o patrones; podría considerarse como una manera de realizar modelización matemática que promueven el aprendizaje de un contenido matemático por medio del uso de distintas herramientas, cognitivas y tecnológicas, como el software dinámico, y que permitan una mejor comprensión de este. *Ejemplo.* Estudiar la variación del área de un rectángulo inscrito en un cuadrado.
 - ii) Modelado de las formas (simulación), este tipo de tareas se enfocan en la reproducción de formas o comportamientos mediante el uso de la tecnología. *Ejemplo.* Representación de objetos como ventanas, sillas, representaciones tridimensionales, etc. Aplicación de modelos geométricos para analizar otros con características similares; por ejemplo, simular el movimiento de un objeto en geometría dinámica para su estudio.

- c) Modelación a través de proyectos, estas tareas, con enunciados abiertos y diferentes formas de solución, propician procesos de indagación, profundización y de resolución de problemas; se emplean para que el estudiantado desarrolle habilidades para establecer relaciones entre los contenidos matemáticos y otras disciplinas, así como para propiciar procesos de reflexión crítica de la aplicación de la matemática en la vida cotidiana. Por esta razón, la modelización matemática, en este tipo de tareas, surge como una respuesta a los problemas del estudiantado desde su realidad. Ejemplo. Analizar cómo optimizar el consumo de energía en un grupo familiar.
- d) Uso y análisis de modelos, implica el uso de modelos realizados en distintas disciplinas para la comprensión de ciertos fenómenos, con el propósito de comprender su proceso de construcción, su estructura, su representación y, en general, el comportamiento de estos. Ejemplo. Análisis de modelos como: índice de masa corporal, crecimiento fetal, deshidratación de alimentos, reproducción de la malaria.

Desde nuestra perspectiva, las tareas de modelación que se presenten al estudiantado debe ser actividades que impliquen investigación por parte de este, la delimitación del problema, la búsqueda de información y el análisis de esta. Así, la solución podría no ser única, pues depende de las condiciones que la persona estudiante asuma; además, se debe propiciar un espacio donde el estudiantado tenga la oportunidad de comunicar sus resultados y el proceso realizado. Por ejemplo, a partir del planteamiento del problema de Guerrero (2016), se podría trabajar en clase la siguiente tarea:

“Los cambios climáticos traen consigo problemas a los países en los que la energía eléctrica se deriva de la energía hidráulica” (Guerrero, 2016, p.104). Un ejemplo de esto es el caso de Costa Rica, que se ha visto afecta en los últimos tiempos por estos cambios. Podría usted calcular

- a) ¿Cuánta energía eléctrica se consume diariamente en su hogar por artefacto eléctrico?
- b) ¿Podría indicar, por artefacto eléctrico, la cantidad de estos en su hogar, capacidad en watts por hora, horas de uso diario, consumo total de watts por día, costo por día, entre otros aspectos que considere relevantes?
- c) ¿De qué manera puede generar un plan de ahorro de energía para reducir el consumo de energía eléctrica? ¿Cuál es el impacto de ese plan de ahorro?
- d) ¿Se podrá utilizar este plan en otros hogares?

Para resolver este problema, la persona estudiante debe analizar el entorno familiar e investigar datos relacionados con el pago mensual de electricidad, cantidad de watts de consumo, precio aproximado por watt, entre otros. Además, con el propósito de analizar el proceso empleado por el estudiantado, la persona docente puede plantear preguntas como: ¿Qué pasos se siguieron para la resolución del problema? ¿Qué supuestos o qué condiciones

<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

fueron consideradas? ¿Qué otras preguntas se podrían plantear a partir de los datos obtenidos? ¿Qué consideraciones adicionales se le podrían hacer el problema? ¿Qué otras situaciones se podrían diseñar según el problema dado?

La persona docente, además, podría, a partir del procedimiento empleado por el estudiantado y la comunicación de la solución obtenida, determinar si este es capaz de: a) aplicar conocimientos matemáticos en la resolución de diversas situaciones; b) manejar y dar sentido a datos naturales y experimentales; c) determinar las variables y parámetros involucrados en el problema; d) reconocer patrones en los datos del problema; e) diferenciar la información relevante para dar solución al problema; f) configurar un modelo que representa el sistema y relacionar sus variables significativas; g) interpretar el modelo matemático a partir de situaciones reales para validar los resultados obtenidos y generalizarlos a otro tipo de situaciones; h) construir modelos matemáticos a partir de situaciones reales para reconocer la importancia de la matemática en la vida cotidiana.

En cualquiera de los escenarios y contextos en el que se lleve a cabo el proceso educativo, el profesorado debe ser consciente que la modelación matemática requiere de un proceso gradual y de una planificación cuidadosa. El éxito o no de este dependerá no solo del profesorado sino del involucramiento de la parte estudiantil, implicando un proceso de aprendizaje para ambas partes.

Reflexiones finales

La modelización matemática permite a las personas construir modelos sobre distintos fenómenos sociales, científicos y tecnológicos, con el propósito de comprenderlos, analizarlos, establecer relaciones, realizar predicciones, entre otros, para la toma de decisiones y la generación de conocimiento. Este proceso requiere de una gama de habilidades como comprender, describir, visualizar, argumentar, relacionar, entre otras, que no se relacionan únicamente con la matemática, sino que se consideran habilidades que la persona puede aplicar en otras ciencias y en su vida cotidiana. Estudios como los realizados por [Barbosa \(2004\)](#), [Borromeo Ferri et al. \(2021\)](#) y [Rodríguez \(2010\)](#) coinciden con lo expresado.

Por la importancia que posee la modelización matemática como herramienta para para la formación integral de la persona, su uso debe ser implementado tanto en los procesos de enseñanza y aprendizaje del estudiantado como en la formación del profesorado. El uso de la modelización matemática en la clase, orientada al desarrollo de habilidades y conceptos matemáticos en el ámbito educativo, permite al estudiantado el desarrollo de un pensamiento crítico, reflexivo y autónomo, que no solo impacta a nivel educativo sino en ámbito personal y social; le permite, además, ampliar su visión de la matemática y le otorga herramientas para ampliar su conocimiento mientras comprende y soluciona problemas relacionados con su contexto.

Los procesos de modelación matemática deben ocupar una parte importante en la enseñanza y aprendizaje de la disciplina. Lamentablemente en muchas de las lecciones de esta materia estos procesos han estado ausentes o su aplicación se reduce o confunde con el planteamiento de ejercicios algorítmicos que no implican una mayor demanda cognitiva para el estudiantado.

La modelación matemática constituye una herramienta para que el estudiantado comprenda su realidad y contexto a través de su representación y análisis, donde los conocimientos, habilidades y estrategias matemáticas son los recursos que facilitan el proceso de aprendizaje. A la vez, favorece en el estudiantado la capacidad para la toma de decisiones y transformación de su contexto.

Pero para poder incentivar en el estudiantado estas habilidades es necesario que el profesorado las desarrolle y que conozca cómo implementar la modelización matemática como una estrategia didáctica. Es decir, de acuerdo con [Zaldívar Rojas et al. \(2017\)](#), se requiere un personal docente preparado. Sin embargo, con base en análisis de los planes de formación realizado y de acuerdo con [Hein & Salett Biembengut \(2006\)](#), pareciera que esto no se está logrando, pues el profesorado presenta deficiencias en esta área.

Porello, la incorporación de la modelización matemática en la formación docente constituye una actividad fundamental no solo para la construcción del conocimiento matemático, sino para la identificación de ambientes de aprendizaje donde se pueda implementar.

La incorporación de la modelización matemática en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina le permitirá al docente mostrar al estudiantado la importancia y utilidad de la matemática para el ser humano (no como un conocimiento abstracto sino aplicable), integrar conocimientos matemáticos o conocimientos de distintas área para el abordaje de un problema (funciones, álgebra, estadística, geometría, entre otros), preparar al alumnado para desarrollarse dentro de la sociedad, tanto personal como profesionalmente, mediante el perfeccionamiento de habilidades aplicables tanto en contextos matemáticos como sociales (por ejemplo, el análisis, la argumentación, resolución de problemas) y, finalmente, ejecutar atraer al estudiantado hacia el estudio de la materia por medio de actividades relevantes.

Este tipo de actividades o tareas le exigen al profesorado una planificación adecuada y sigilosa, pues debe combinarse conocimientos matemáticos y situaciones del contexto del estudiantado. Además, podría requerir del trabajo interdisciplinario con docentes de otras asignaturas u otros profesionales.

La planificación de estas tareas implica, además, contemplar aspectos de interés para el estudiantado con el fin de desarrollar determinados contenidos y habilidades. Por ello, el profesorado deber estar consciente de las posibles limitaciones, alcances, formas de solución y conexiones con otros temas o disciplinas. Las habilidades requeridas en las personas docentes abarcan desde poder realizar modelos matemáticos, como parte de su formación matemática, hasta la identificación de fenómenos o situaciones para modelar en el aula, según el contexto del estudiantado y el diseño de tareas apropiadas para los objetivos que se desean alcanzar.



<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

En este sentido, la persona docente debe conocer el contexto en el cual se realiza el proceso educativo para identificar situaciones que resulten familiares para el estudiantado, que se puedan problematizar como una tarea de modelación, y determinar los objetivos, conocimientos y recursos que se pueden utilizar en este proceso. El diseño de tareas contextualizadas resulta un aspecto esencial para la modelación matemática, pues uno de los propósitos es captar el interés del estudiantado, que este valore la aplicabilidad de la disciplina y su potencial para resolver problemas cotidianos; se trata de darle sentido a la matemática.

El currículum costarricense en el área de la matemática contempla la modelación matemática como uno de sus ejes. Aún falta mucha investigación para determinar cómo se está implementando esta en el salón de clases. Basados en los planes de estudios de formación profesional analizados, pareciera que, aunque hay un esfuerzo por su implementación y que es una actividad propia de la disciplina que se realiza en diferentes niveles de los cursos de las distintas carreras, no se evidencia una base teórica para su abordaje ni como actividad científica ni como pedagógica. Esto podría derivar en una ausencia, quizás no intencional, en la formación del futuro profesorado que limitaría la modelación matemática.

Por ello se deben realizar esfuerzos orientados en dos direcciones principales. La primera, implementar de manera explícita en los procesos de formación docente la modelación matemática desde una perspectiva teórica y práctica que le permita al profesorado en formación conocer los fundamentos teóricos, procesos y habilidades relacionadas, como también su aplicación en el aula.

La segunda, ejecutar procesos de formación continua para el personal docente que actualmente está en las aulas de la educación secundaria, con un propósito similar al indicado anteriormente, pero enriquecerlos con las voces del profesorado con respecto a su experiencia en el desarrollo de este tipo de tareas en la clase de matemática.

Lo anterior implica, entre otras acciones, a) incluir en la mallas curriculares cursos específicos sobre modelización matemática donde se aborden tanto aspectos teóricos como metodológicos de esta; b) implementar en los cursos de formación docente actividades que permitan una reflexión y discusión sobre el papel de la modelización matemática; c) desarrollar actividades de modelización matemática, disciplinarias y multidisciplinarias, donde el profesorado en formación tenga que diseñar, y resolver, tareas relacionadas con modelización matemática, con el fin no solo de desarrollar competencias para ello, sino de analizar el tipo de actividades que se podrían desarrollar en su ejercicio profesional; e) diseñar e implementar actividades de modelización matemática con estudiantes de secundaria, con el objetivo de profundizar en su implementación, observación de clase, rediseño y discusión de resultados.

No se puede asumir que en la formación de docentes las personas pasan de ser estudiantes a docentes en un proceso casi automático. Aun cuando los programas de formación incorporen la modelación matemática en sus estructuras curriculares, las instituciones que forman profesionales para la docencia deben continuar realizando procesos de actualización.

La formación matemática y pedagógica de la persona docente no finaliza cuando obtiene el título universitario, por lo que las instituciones en las que se graduaron tienen la obligación de plantear procesos de formación continua como una forma de seguimiento, actualización y mejoramiento del ejercicio profesional.

Declaración de contribuciones

Las personas autoras declaran que han contribuido en los siguientes roles: **J. C. V.** contribuyó en la escritura del artículo, la supervisión y administración del proceso investigativo, la obtención de recursos, y la conceptualización y metodología de la investigación. **R. G. A.** contribuyó en la escritura del artículo, la supervisión y administración del proceso investigativo, la obtención de recursos, y la conceptualización y metodología de la investigación.

Declaración de material complementario

Este artículo tiene disponible material complementario:

Preprint en <https://repositorio.una.ac.cr/handle/11056/23820>

Referencias

- Acebo-Gutiérrez, C. J. & Rodríguez-Gallegos, R. (2021). Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria. *Revista Científica*, 40(1), 13-29. <https://doi.org/10.14483/23448350.16068>
- Barbosa, J. C. (2004). Modelagem matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, (4), 73-80. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf
- Barquero Ocampo, A. M. & Chaves Montero, D. E. (2023). *Fortalecimiento y desarrollo de competencias y conocimientos sobre modelización matemática en profesores en formación, en su cuarto año de la carrera BLEM-2017 de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, como producto de la implementación de un módulo de formación complementaria, en el año 2022* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional]. https://agd.una.ac.cr/share/s/q9KIKRGaQ8KHJJvk_wn5FA
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? En S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th International congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9
- Borromeo Ferri, R., Mena Lorca, J., & Mena Lorca, A. (Editores). (2021). *Fomento de la Educación STEM y la modelización matemática para profesores. Fundamentos, ejemplos y experiencias*. Kassel University Press.



<https://doi.org/10.15359/ree.28-1.17503>
<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/educare>
educare@una.ac.cr

- Cuenca, M., Palauro, L., Astiz, M., & Vivera, C. (2019). La modelización matemática. Análisis de entrevistas a docentes y su material de clase. *Revista de Educación*, (16), 161-172. https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/3024
- Forero Poveda, A. (2020). Procesos de modelación matemática en formación de profesores de matemáticas. *Revista de la Facultad de Ciencias Universidad Nacional de Colombia*, 9(2), 66-79. <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v9n2.86884>
- González Rojas, D. Y. (2021). La modelación, un recurso pedagógico para el pensamiento numérico y el aprendizaje significativo. *Revista Cientific*, 6(19), 102-121. <https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2021.6.19.5.102-121>
- Guerrero, F. (2016). Errores matemáticos en la resolución de problemas de modelización matemática. Caso: Estudiantes del primer año de educación media. *Revista Ciencias de la Educación*, 26(47), 93-113. <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/47/art06.pdf>
- Hein, N. & Salett Biembengut, M. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. En M. Murillo & E. de Faria (Coords.), *Memorias del V Festival Internacional de Matemática* (pp. 1-25). <http://www.cientec.or.cr/archivo/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf>
- Henning, H. & Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (Vol. 10, pp. 225-232). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_23
- Ledezma, C., Morales-Maure, L., & Font, V. (2024). Experiencia educativa en modelización para docentes de matemática en Panamá. *Alteridad Revista de Edducación*, 19(1), 58-70. <https://alteridad.ups.edu.ec/index.php/alteridad/article/view/7831>
- Malaspina Jurado, U. (2012). Enseñanza de las matemáticas: Retos en un contexto global y aportes en una retrospectiva histórica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 8(32), 9-27. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/818>
- Méndez Reina, M., Céspedes Guevara, N. Y., & Flórez Rojano, I. D. (2020). *Caracterización de ambientes y tareas de modelación matemática en la formación de docentes de matemáticas*. Repositorio institucional Universidad de Santo Tomás. <https://doi.org/10.15332/dt.inv.2020.00786>
- Ministerio de Educación Pública (MEP). (2012). *Reforma curricular en ética, estética y ciudadanía. Programas de estudio Matemáticas. I y II ciclo de Educación General Básica y Educación diversificada*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>

- Molina-Mora, J. A. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo. *Uniciencia*, 31(2), 19-36. <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/9619>
- Moreno Verdejo, A., Martín Arenas, M., & Ramírez Uclés, R. (2021). Errores de profesores de matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización. *PNA*, 15(2), 109-136. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.20746>
- Passarella, S. (2021). Mathematics teachers' inclusion of modelling and problem posing in their mathematics lessons: An exploratory questionnaire. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 9(2), 43-56. <https://doi.org/10.30935/scimath/10773>
- Pochulu, M. D. (Coordinador.). (2018). *La modelización en matemática: Marco de referencia y aplicaciones*. GIDED.
- Ríos, S. (1995). *Modelización*. Alianza Editorial.
- Rodríguez, M. E. (2010). El perfil del docente de matemática: Visión desde la triada matemática-cotidianidad y pedagogía integral. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 10(3), 1-19. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/aie/article/view/10150/18004>
- Rosa, M., Mendible, A., Rodríguez, R., Arrieta, J., & Villa-Ochoa, J. A. (2015). Algunas reflexiones acerca de la modelación y la formación matemática en el nivel superior. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 28, pp. 1133-1141). CLAME. <https://www.clame.org.mx/documentos/alme%2028.pdf>
- Swetz, F. & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum. A resource guide of classroom exercises*. NCTM.
- Villa-Ochoa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas: Un marco de referencia y un Ejemplo. *Revista Tecnológicas*, (19), 63-85. <https://doi.org/10.22430/22565337.505>
- Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemática. *Espaço Plural*, 28(36), 219-251. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=445955647011>
- Villarreal, M. E. (2020). Actividades experimentales con tecnologías en escenarios de modelización matemática. *Bolema*, 34(67), 786-824. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a21>
- Zaldívar Rojas, J. D., Quiroz Rivera, S. A., & Medina Ramírez, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 87-110. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v8i15.63

