

## EL FILTRO BAXTER - KING, METODOLOGÍA Y APLICACIONES

Melania Flores Pizarro

[florespm@bccr.fi.cr](mailto:florespm@bccr.fi.cr)

Departamento de Investigaciones Económicas del B.C.C.R.

---

### Resumen

*La presente nota tiene como objetivo exponer de manera breve la metodología del filtro Baxter-King como herramienta útil para el análisis de ciclos económicos y de extracción de tendencia. También se repasan las propiedades matemáticas del filtro Hodrick-Prescott, para comprender en qué aspectos difiere del Baxter-King. Como aplicación del filtro, se analizan series con periodicidad mensual (IMAE, IPPI, Base Monetaria) trimestral (PIB) y anual (PIB e Importaciones) y se concluye que a pesar de que no difieren mucho sus resultados, el segundo es superior al Hodrick-Prescott por cuanto permite que el investigador determine el tipo de información que desea aislar de las series.*

### INTRODUCCIÓN<sup>1</sup>

La presente nota tiene como objetivo exponer de manera breve la metodología del filtro Baxter-King ( $BK_k(p,q)$ ) como herramienta útil para el análisis de ciclos económicos y de extracción de tendencia. Dicho estudio responde a la necesidad de actualizar los métodos de extracción de tendencia, por cuanto se ha mencionado en reiteradas ocasiones que el filtro Hodrick-Prescott ( $HP(\lambda)$ ), frecuentemente utilizado para este fin, presenta algunos inconvenientes metodológicos. Por otra parte, la División Económica del Banco Central de Costa Rica ya utiliza el filtro Baxter-King como instrumento de análisis, pero aún no se han estudiado a fondo cuáles son sus propiedades y qué elementos lo diferencian de otros filtros ya utilizados con anterioridad.

El estudio está dividido en dos apartados. En el primero, se revisan brevemente los aspectos teóricos necesarios para comprender cómo está construido el filtro Baxter-King y qué lo diferencia de otros, especialmente del filtro Hodrick-Prescott. Por ello, se repasan las funciones periódicas, los filtros lineales en general, así como la base matemática del filtro Baxter-King y Hodrick-Prescott. Si el lector está interesado

específicamente en el aprendizaje de la técnica o si desea estudiar su empleo en la práctica, puede avanzar directamente al segundo apartado, en donde se realiza la aplicación del filtro Baxter-King a diversas series económicas con periodicidad mensual, trimestral y anual y se comparan los resultados con los que se obtienen con el de Hodrick-Prescott.

### ASPECTOS TEÓRICOS

#### *Funciones Periódicas<sup>2</sup>*

Para estudiar los ciclos de las series, se utiliza el análisis de dominio de frecuencia (Frequency Domain Analysis)<sup>3</sup>. Este subtópico del análisis de series de tiempo estudia el aporte que hacen componentes periódicos, regulares o no, en las series económicas. La idea subyacente es la siguiente: si una serie de tiempo presenta de alguna manera un comportamiento cíclico, es posible realizar una aproximación de la misma mediante funciones trigonométricas. A las

---

<sup>1</sup> Se agradecen los comentarios de la Licda. Ana Georgina Azofeifa, la ME. Evelyn Muñoz y las recomendaciones de la MsC Ana Cecilia Kikut en la etapa inicial de esta nota.

---

<sup>2</sup> Se agradecen los comentarios del MSc. Federico Torres, Director de la Escuela de Informática en la Universidad Latinoamericana de Ciencia y Tecnología (ULACIT), en este apartado.

<sup>3</sup> Esta teoría también abarca el análisis espectral y la desestacionalización de series semanales.

series trigonométricas que aproximan una función cíclica o periódica se les denomina series de Fourier<sup>4</sup>.

Una función periódica tiene la característica de que  $F(x+p)=F(x)$ , con  $p \neq 0$ ,  $p$  conocido como el período de la función. En el caso de las funciones seno y coseno,  $p=2\pi$ .

Cualquier función periódica puede expresarse en términos de funciones trigonométricas sustituyendo a  $x$  en  $F(x)$  por  $x=p(\lambda/2\pi)$ , por lo que si  $\lambda$  aumenta en  $2\pi$ , el valor de la función será igual a  $p$ . Es decir, la cantidad de tiempo (o el período  $p$ ) que le toma a la función completar un ciclo es igual a  $(2\pi/\lambda)$ . A  $\lambda$  se le conoce como la frecuencia de la función y se mide en radianes.

Si bien es cierto que la frecuencia se mide en radianes, en ocasiones es más sencillo interpretarla cuando se expresa como proporción de  $\pi$ . Si se normaliza la frecuencia y se le convierte en fracción de  $\pi$ , el período estaría determinado por  $2/w$ , en donde la frecuencia normalizada será  $w = \lambda/\pi$ .

De lo anterior se desprende que existe una relación inversa entre la frecuencia y el período. Entre menor sea la frecuencia, mayor será la cantidad de períodos que abarque un ciclo. Entonces, si la frecuencia tiende a cero, el período tiende a infinito, y si  $w=1$ , el período abarca dos intervalos de tiempo.

Un ejemplo de una función periódica es la función coseno, ( $F(x) = \cos x$ ), en donde el ángulo  $x$  se mide en radianes, los cuales completan un círculo cuando alcanzan un valor de  $2\pi$ . El patrón del coseno es cíclico y periódico, por lo que  $F(x)$  termina su período, cuando  $x$  se acerca a  $2\pi$ . Esta función es de especial importancia por su versatilidad matemática, y en especial, por cuanto  $\cos(0)=1$ , lo cual es una propiedad deseable en términos de aproximación de las series de tiempo<sup>5</sup>.

### Filtros lineales

Para definir un ciclo, es necesario que el investigador suponga que una serie de tiempo determinada está compuesta por al menos dos componentes: uno de

tendencia y otro cíclico<sup>6</sup>. El componente cíclico se determina, normalmente, de manera residual.

Una metodología frecuentemente utilizada para estimar el componente tendencial de la serie, es mediante el uso de **promedios móviles**, que hacen depender cada valor  $y_t$  de sus valores pasados (promedios móviles simples) o pasados y futuros (promedios móviles centrados), suavizando con este procedimiento la serie en cuestión. Para tomar en cuenta la idea intuitiva de que los valores más cercanos a la serie deberían tener un mayor peso en la determinación de una variable, se pondera mediante diversos métodos cada rezago o adelanto, de modo que la suma de dichos coeficientes sea igual a uno<sup>7</sup>.

En general, las series económicas se pueden escribir de la siguiente manera:

$$y_t = y_t^g + y_t^c, \quad (1)$$

donde el primero es el componente tendencial y el segundo es el componente cíclico. Tal y como se mencionó,  $y_t^g$  se define a su vez como un promedio móvil de forma

$$y_t^g = \sum_{j=-\infty}^{\infty} g_j y_{t-j} \quad (2)$$

La sumatoria puede expresarse con el operador de rezagos,  $B^n y_t = y_{t-n}$  por lo que la ecuación (2) se reescribe como sigue.

$$y_t^g = G(B)y_t \quad (3)$$

A  $G(B)$  se le conoce también como un filtro lineal<sup>8</sup>. Si la parte cíclica resulta de restar la tendencia de la serie original, ésta será necesariamente un promedio móvil también y se denomina como  $C(B)y_t \equiv [1-G(B)]y_t$ .

El método matemático utilizado para ponderar los rezagos del promedio móvil se denomina

<sup>4</sup> Para mayor detalle sobre las series periódicas y de Fourier, consúltese bibliografía sobre Cálculo y Ecuaciones Diferenciales.

<sup>5</sup> Esto implica que el filtro será exactamente igual al ideal (o teórico) si  $p$  tiende a infinito. Matemáticamente, el filtro tendrá amplitud unitaria a la frecuencia de cero. Véase King y Rebelo (91), pág. 217. Para observar las diferencias gráficas entre filtros teóricos y filtros aproximados, véanse las figuras 2 y 3 contenidas en el anexo de Baxter y King (95).

<sup>6</sup> Véanse, por ejemplo, Muñoz y Kikut (1994) y King y Rebelo (1991).

<sup>7</sup> El filtro Hodrick-Prescott y el Baxter-King teóricos, realizan el cálculo de dichas ponderaciones mediante la transformación inversa de Fourier.

<sup>8</sup> Baxter y King (1995) definen como filtro lineal a la construcción de promedios móviles que aísla los componentes periódicos de una serie de tiempo económica que se hallan en una banda específica de frecuencias.

**Transformación de Fourier**, la cual tiene la siguiente forma general:

$$\tilde{G}(\lambda) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} g_j e^{-ij\lambda} \quad (4)$$

donde  $\lambda$  es la frecuencia, e  $i$  el número imaginario  $\sqrt{-1}$ . Matemáticamente se ha demostrado que cuando los filtros poseen la característica de ser simétricos ( $g_j = g_{-j}$ ), la ecuación (4) se convierte en

$$\tilde{G}(\lambda) = g_0 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} g_j \cos(j\lambda) \quad (5)$$

por cuanto  $2\cos x = e^{ix} + e^{-ix}$ . Es por esta razón que las propiedades de los cosenos serán útiles para explicar las características inherentes a la serie de tiempo, lo cual facilita el análisis de las mismas.

Cuando se filtra una serie se pueden generar dos tipos de distorsiones, una relacionada con un aumento en la amplitud de las ondas (conocida en inglés como "gain") y la segunda consiste en un desplazamiento sobre el eje temporal de las series, por lo que los ciclos se mueven hacia la derecha o izquierda del ciclo original (a este se le conoce como movimiento de fase, en inglés, "phase shift"). King y Rebelo muestran matemáticamente que con filtros simétricos el desplazamiento temporal no se presenta<sup>9,10</sup>.

Un filtro para ciclos económicos consiste, pues, en un filtro lineal, del tipo definido en las ecuaciones (3) a (5), que elimina componentes con frecuencias muy lentas (tendencia) y con frecuencias muy altas (irregular o estacional) y retiene los movimientos intermedios.

Según Baxter y King, un método óptimo de extracción de ciclos económicos debe cumplir con 6 objetivos<sup>11</sup>:

- ◆ El filtro debe extraer un rango específico de periodicidades, sin variar sus propiedades inherentes (la varianza, correlaciones y otras medidas exploratorias de los datos).

- ◆ No debe producir un movimiento de fase (es decir, que no altere las relaciones temporales de las series a ninguna frecuencia). Este aspecto y el anterior definen un promedio móvil ideal, con ponderaciones simétricas para rezagos y adelantos.
- ◆ El método debe ser una aproximación óptima de un filtro ideal. Esto se puede determinar midiendo la diferencia de los resultados obtenidos con un filtro ideal y uno aproximado.
- ◆ La aplicación de un filtro debe producir una serie de tiempo estacionaria cuando se aplica a cifras que presentan tendencia.
- ◆ El método debe ser independiente de la longitud de la serie.
- ◆ El método debe ser operacional, esto es, de fácil aplicación y uso.

Los requisitos para el filtro ideal conllevan el establecer un equilibrio entre el estimar un filtro óptimo, lo cual implica agregar la mayor cantidad de rezagos y adelantos como explicativos de una variable y el perder observaciones al inicio y al final del período, lo cual reduce la cantidad de datos para el análisis. Los autores recomiendan utilizar como mínimo 6 años cuando se trabaja con datos trimestrales y anuales<sup>12</sup>.

En la actualidad existen dos filtros lineales de amplio uso en los estudios económicos: el filtro Baxter-King y el filtro Hodrick-Prescott. Para comprender mejor las características y diferencias de ambos filtros, en las siguientes secciones se presentará un breve repaso de las propiedades matemáticas de los mismos y posteriormente se compararán los resultados estadísticos derivados de la aplicación de estas técnicas.

#### **El filtro Baxter-King ( $BK_{\lambda}(p,q)$ )**

Baxter y King realizan una crítica a los analistas de ciclos económicos en el sentido de que cuando se estiman metodologías de cálculo de los ciclos, frecuentemente han dejado de lado las características propias de los mismos. Por ello, su objetivo es encontrar un método útil para medir ciclos económicos y que éste sea óptimo, i.e. que cumpla con las especificaciones sobre ciclos asignadas por el investigador. Su procedimiento se resume en dos pasos: primero se mide el ciclo, para lo cual el investigador debe especificar ciertas características del

<sup>9</sup> Véase King y Rebelo (1991) pág. 215.

<sup>10</sup> Sin embargo, si el investigador lo desea, también se le puede inducir a la serie un movimiento de fase agregando un parámetro a la función con el objetivo de poder variar la posición de la misma, a lo largo del tiempo. Véase Harvey (1993), pág. 170.

<sup>11</sup> Baxter y King (1995), pág.3

<sup>12</sup> Por las características de su estudio, los autores no hacen referencia a series mensuales.

mismo<sup>13</sup> y posteriormente se le aísla, aplicando promedios móviles a los datos.

En su documento, Baxter y King desarrollan 3 tipos de filtro lineal: “low-pass”, “high-pass” y “band-pass”.

Intuitivamente, un filtro de tipo “low-pass” sólo retendrá los componentes que se mueven lento en los datos, esto es, que se producen con frecuencias muy bajas,  $-\underline{w} \leq w \leq \underline{w}$ , siendo  $\underline{w}$  un límite bajo de frecuencias. Por la relación inversa entre  $p$  y  $w$ , entre menor sea la frecuencia mayor va a ser la cantidad de períodos que abarca un ciclo. Un filtro “low-pass” se representa como  $LP_k(p)$ , en donde  $k$  es el número de rezagos de los promedios móviles y  $p$  la periodicidad mínima aceptable en el filtro.

Un filtro de tipo “high-pass” ( $HP_k(p)$ ) va a aceptar componentes de los datos cuya periodicidad es menor o igual a  $p$ . Esto equivale a una frecuencia relativamente alta, por lo que se espera que incluya elementos más frecuentes de la serie, como los irregulares o estacionales.

El filtro band-pass ( $BP_\kappa(p, q)$ , que para efectos de esta nota se representará como  $BK_\kappa(p, q)$ , en donde  $p$  y  $q$  son los períodos mínimo y máximo a incluir en el ciclo) es un tipo de construcción de promedios móviles que aísla los componentes periódicos de una serie de tiempo económica que cae en una banda de frecuencias específica. Por ello, será una combinación de dos filtros low-pass, recibiendo en su rango sólo frecuencias entre  $\underline{w}_1 \leq w \leq \underline{w}_2$ .

La representación general del filtro es la siguiente

$b(B) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_h B^h$ , en donde  $B$  es el operador de rezagos, y  $b_h$  son los ponderadores de promedios móviles infinitos. Dichos ponderadores, a su vez, se obtienen mediante la transformación inversa de Fourier:

$$b_h = \int_{-\pi}^{\pi} \beta(w) e^{iwh} dw \quad (6)$$

en donde  $\beta(w)$  es la ponderación ideal del filtro infinito.

Resolviendo la integral en (6) y aplicando algunas identidades matemáticas, se obtiene que  $b_0 = w/\pi$ , y  $b_h = \text{sen}(hw)/h\pi$ <sup>14</sup>.

En vista de que el proceso de medias móviles subyacente al filtro es de orden infinito, la aplicación a series finitas implica que debe hacerse alguna modificación, ya sea en el modelo o en los datos. Por ello, la representación finita relevante será del tipo:

$$a(B) = \sum_{h=-k}^k a_h B^h \quad (7)$$

en donde las  $a_h$  son las ponderaciones muestrales del filtro. La transformación de Fourier útil para encontrarlas será:

$$\alpha_\kappa(w) = \sum_{h=-k}^k a_h e^{-iwh} \quad (8)$$

en donde  $\alpha(w)$  es la ponderación ideal muestral del filtro.

A diferencia de la metodología de Hodrick y Prescott, que se verá más adelante, estos autores proceden a suponer que cuando se aproxima un filtro, debe buscarse aquel que minimice la discrepancia entre los ponderadores del filtro ideal y el filtro estimado, utilizando la siguiente expresión:

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} |\delta(w)|^2 dw \quad (9)$$

en donde  $\delta(w) \equiv \beta(w) - \alpha_\kappa(w)$ , es la discrepancia producida por la estimación de los ponderadores en la frecuencia  $w$ , y  $\kappa$  el número de rezagos seleccionado.

Luego de minimizar la ecuación, se puede observar que una manera sencilla de reducir la discrepancia de la función es el truncar los ponderadores ideales infinitos en el rezago  $\kappa$ . Con ello, el filtro estimará ponderaciones finitas iguales a las infinitas hasta el rezago  $\kappa$ , e igualará a cero todas las ponderaciones finitas cuando el número de rezagos sea mayor o igual a  $\kappa+1$ . Las ponderaciones se estiman igualmente mediante la transformación inversa de Fourier.

La cantidad de rezagos a incluir en el filtro es muy importante, por cuanto estos definen la precisión de los ponderadores. De acuerdo con Baxter y King, no existe

<sup>13</sup> Este es precisamente uno de los aportes más importantes del estudio, por cuanto es el investigador quien, de acuerdo con las características propias de su economía, define qué tipo de movimientos se toman como ciclos y cuáles no.

<sup>14</sup> La solución de la ecuación se encuentra en Baxter y King (1995), apéndice B.

un número ideal de rezagos, pero sí ocurre que entre más rezagos se incorporen en el promedio móvil, mejor será la aproximación con el filtro ideal, a costa de una mayor pérdida de datos por encima y por debajo del valor de interés, aspecto que cobra mayor importancia al final de la serie. Por ello, la escogencia de  $k$  dependerá en gran medida de la cantidad de datos disponibles y de lo necesario que sea aproximar el filtro al ideal<sup>15</sup>.

Siguiendo el análisis de las características ideales planteadas por Baxter y King, este filtro cumple con la mayoría de ellas: es simétrico, por lo que no produce movimientos de fase, aproxima relativamente bien un filtro ideal, produce series estacionarias, y es un método operacional. Además, es superior a otros en la medida que permite introducir la definición del investigador del ciclo económico y no produce variación en las propiedades de la variable al final de las series. Sin embargo, habrá una pérdida de datos al inicio y al final de la serie igual a dos veces la cantidad de rezagos que el investigador incluya<sup>16</sup>. Estas características se contrastarán en la sección de aplicación del filtro.

#### El filtro de Hodrick-Prescott (HP( $\lambda$ ))

Partiendo del supuesto de que la serie está compuesta por un componente tendencial más un componente cíclico, Hodrick y Prescott encuentran la tendencia de la serie, minimizando la siguiente expresión<sup>17</sup>.

$$\text{Min}_{\{y_t^g\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t^c)^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(y_t^g - y_{t-1}^g) - (y_{t-1}^g - y_{t-2}^g)]^2 \right\} \quad (10)$$

Según el análisis realizado por Muñoz y Kikut (1994), el primer término da idea del grado de ajuste de las series, por cuanto mide la suma de las desviaciones al cuadrado de la serie original respecto de la tendencia. El segundo componente posee un parámetro positivo,  $\lambda$ , que multiplica al crecimiento de la variación del

componente tendencial. Entre más pequeño sea  $\lambda$ , la tendencia será más suave: si el parámetro es cero, la tendencia será igual a la serie original y por ende, el componente cíclico será cero. Por el contrario, si  $\lambda$  tiende a infinito, la tendencia se compara con la línea recta de los mínimos cuadrados ordinarios y por ello, la ciclicidad de la serie es máxima.

Resolviendo el problema de minimización y reacomodando la condición de primer orden, el componente cíclico de la función tiene la siguiente forma:

$$C(B) = \frac{\lambda [1 - B]^2 [1 - B^{-1}]^2}{1 + \lambda [1 - B]^2 [1 - B^{-1}]^2} \quad (11)$$

utilizando la transformación de Fourier, es posible escribir el ciclo de la siguiente forma:

$$\tilde{C}(w) = \frac{4\lambda [1 - \cos(w)]^2}{1 + 4\lambda [1 - \cos(w)]^2} \quad (12)$$

King y Rebelo obtuvieron la expresión del componente tendencial en términos de promedios móviles, con lo que comprobaron que la tendencia es un promedio móvil centrado, cuyas ponderaciones son de orden infinito<sup>18</sup>.

Esto implica que el filtro HP teórico posee una serie de características ideales según los criterios de Baxter y King que fueron mencionados arriba:

- Como el filtro es simétrico, no produce movimientos de fase.
- Aproxima bien a un filtro ideal cuando se utiliza un  $\lambda=1600$  para datos trimestrales. Los autores comprueban que los resultados estadísticos más o menos equivalen a utilizar un filtro de tipo **HP<sub>k</sub>(32)**.
- Produce series estacionarias, cuando éstas están integradas hasta el orden cuarto.
- El método es operacional.

Sin embargo, la aplicación práctica del filtro HP( $\lambda$ ) adolece de algunos problemas. Al igual que el filtro

<sup>15</sup> Existen dos tipos de efectos que se relacionan con la inclusión de más o menos rezagos en la aproximación de un filtro ideal. Uno se define como el "leakage" (escape), que se refiere a los casos en los que el filtro incluye elementos que debería omitir y la otra como "compression", en donde ocurre que se omiten elementos que deberían incluirse. Conforme se agregan rezagos, los dos elementos se reducen sustancialmente.

<sup>16</sup> Para resolver esta desventaja, la aplicación práctica crea variables artificiales de tipo autorregresivo al inicio y al final de la serie.

<sup>17</sup> Véase Hodrick y Prescott (1997), pág.3

<sup>18</sup> Baxter y King (1995), pie de página número 9, pág. 15. Esta es la razón por la cual se puede comparar el filtro de Hodrick y Prescott con las propiedades ideales de un filtro lineal de tipo **HP<sub>k</sub>(p)**.

$BK_{\kappa}(p,q)$ , el proceso de medias móviles subyacente es de orden infinito, por lo que su aplicación a series finitas implica que debe hacerse alguna modificación en el modelo o los datos. Hodrick y Prescott suponen que la tendencia y el ciclo óptimos son procesos de ruido blanco independientes con un modelo de probabilidad, dinámica y varianzas conocidas. Ello equivale a afirmar que las estimaciones son promedios ponderados de los datos originales y en notación se escribe

$$y_t^c = \sum_{h=1}^T d_{ht} y_h \quad (13)$$

en donde,  $d_{ht}$  es la ponderación que tendrá cada valor en la estimación de  $y_t^c$ .

Esta metodología presenta el inconveniente de que las ponderaciones van a depender del tiempo, por lo que el filtro dejará de ser independiente del largo de la serie. Además, por construcción el filtro no perderá ningún dato al inicio o al final de la serie, lo cual es muy atractivo para los investigadores, pues contarán con una serie más extensa para el análisis. Sin embargo, Baxter y King demostraron que las propiedades de la serie filtrada en puntos iniciales y finales es significativamente distinta de un filtro ideal, no así en los valores intermedios de la misma.

Otro aspecto negativo se relaciona con la elección un tanto arbitraria del parámetro  $\lambda$ <sup>19</sup>. El análisis de Baxter y King les llevó a concluir que el filtro  $HP(\lambda)$  con  $\lambda = 1600$  para datos trimestrales aproxima muy bien el comportamiento de un filtro teórico de tipo “high-pass”  $HP_k(32)$ . Sin embargo, para datos con periodicidad anual, se comprobó empíricamente que el filtro  $HP(\lambda)$  es una mala aproximación de un filtro ideal, por cuanto incluye comportamientos cíclicos que debería omitir y viceversa (véase nota al pie no.15).

Además, King y Rebelo sostienen que la aplicación mecánica del filtro puede alterar las propiedades inherentes a la misma, es decir, sus medidas exploratorias tales como su volatilidad y comovimiento con otras series<sup>20</sup>. Sin embargo, el efecto de esta alteración en los momentos estadísticos no es constante en las series que analizaron dichos autores.

## APLICACIÓN DEL FILTRO BAXTER-KING

### *El programa*

Baxter y King realizaron su programa en el paquete MATLAB. Stock y Watson lo trasladaron a GAUSS, y Alan Taylor realizó una adaptación del mismo a WINRATS<sup>21</sup>. Esta adaptación consiste en dos programas básicos: `bpfilter.src`, `bpdemo.prg`, además de un archivo de datos con extensión `rtd`. El Equipo de Modelación Macroeconómica del Banco Central de Costa Rica, con la asesoría del Dr. Alexander Hoffmaister, modificó el programa ejecutor para facilitar su aplicación. De esta forma, es posible utilizar un archivo de datos elaborado directamente en Excel<sup>22</sup>. Es importante recordar que los datos deben salvarse como Hoja de Excel 4.0.

Previo a una descripción breve del programa, es importante mencionar un aspecto en cuanto a las cifras que se pierden con la aplicación del filtro. Se recordará que en el apartado de aspectos teóricos se menciona que el filtro  $BK_{\kappa}(p,q)$  utiliza promedios móviles truncados en el rezago  $k$  para aproximar un filtro ideal. Esto implica la pérdida de datos al inicio y al final de la serie en el monto de  $k$  valores. Este aspecto es una limitación importante si se utiliza el filtro con fines de interpretación de los últimos valores de la tendencia y/o pronóstico. Por ello, la aplicación práctica del filtro en WINRATS extiende las series filtradas al inicio y al final, con el fin de evitar la pérdida de datos. Dicha extrapolación se realiza suponiendo un comportamiento autorregresivo en la serie de tiempo correspondiente, en la cantidad de términos autorregresivos que indique el investigador. Con este procedimiento se evita la pérdida de datos, lo cual es de suma importancia al final de la serie. Sin embargo, debe tenerse presente la limitante es que las últimas  $k$  cifras de la tendencia o ciclo que se estudien no serán producto del filtro, sino más bien del comportamiento autorregresivo de las series.

El programa que se encarga de ejecutar el filtro se denomina, `bk1.prg`. En éste se indican, entre otros, la fecha de inicio y periodicidad de la serie, el archivo de origen de los datos, las transformaciones de los mismos y el archivo que aloja el comando del filtro. Los comandos restantes se encargan de realizar una transformación logarítmica a los datos, ejecutar el filtro, obtener la tendencia por resta y posteriormente convertir los resultados de logaritmos a series

<sup>19</sup> Véase Muñoz y Kikut (1994), pág. 19, Baxter y King (1995), pág. 21

<sup>20</sup> Por volatilidad y comovimiento se entienden la desviación estándar de la serie y la correlación de esta con otras series económicas.

<sup>21</sup> El programa se obtuvo de la página de internet [www.estima.com](http://www.estima.com).

<sup>22</sup> Para comprender mejor los procedimientos y comandos del WINRATS, consúltese el DIE-NT-02-99.

originales. Es muy importante modificar en este programa las opciones del comando **@bfilter** correspondientes a los límites superior, inferior, promedios móviles y parámetros autorregresivos para sustituir los valores que se pierden al inicio y final de la serie. Se recomienda utilizar los siguientes valores de parámetros:

Series anuales	<b>upper</b> =2	<b>lower</b> =8	<b>nma</b> =3	<b>arpad</b> =1
Series trimestrales	<b>upper</b> =2	<b>lower</b> =32	<b>nma</b> =12	<b>arpad</b> =4
Series mensuales	<b>upper</b> =2	<b>lower</b> =96	<b>nma</b> =12	<b>arpad</b> =12

Donde

**Upper:** número de períodos mínimos que se incluirán en el filtro, correspondientes a frecuencias altas.

**Lower:** número de períodos máximos que se incluirán en el filtro, correspondientes a frecuencias bajas.

**Nma:** número de promedios móviles (o rezagos) del filtro.

**Arpad:** número de parámetros autorregresivos que se utilizarán para sustituir los valores que se pierden al final de la serie, por la aplicación de un promedio móvil truncado.

En el caso de las series anuales y trimestrales, la idea planteada por Baxter y King es mantener aproximadamente la misma periodicidad en la explicación de la información. Por su parte, la definición de ciclo más común, en la que se basan tanto Hodrick y Prescott como Baxter y King, se apoya en la investigación de Burns y Mitchell, quienes definen como ciclos aquellos componentes con periodicidad no menor a 6 trimestres de duración, pero menores a 32 trimestres (entre año y medio, y 8 años)<sup>23</sup>. Sin embargo, es importante acotar que el investigador será quien deberá decidir cuáles son los valores adecuados a utilizar en el filtro, dependiendo de los fines para los cuales se use. En cuanto a las series con periodicidad mensual, no se respetará el supuesto de Baxter y King de mantener una misma periodicidad para explicar las series, por razones que se mencionarán más adelante.

El procedimiento del programa **bpfilter.src** se divide en dos grandes apartados, uno para crear variables artificiales al inicio y al final de las series y el filtro propiamente dicho. En el primer apartado se definen los comandos necesarios para crear variables artificiales al inicio y al final de la serie mediante términos autorregresivos. En la segunda parte, se ejecuta el filtro propiamente dicho, por lo que para fines del programa, lo importante es conocer el tipo de ciclo que el investigador estima que se presenta en sus datos.

<sup>23</sup> Véase Baxter y King (95), pág. 3.

Los resultados del programa se alojarán en la hoja que el usuario asigne como **output** en el WINRATS y la salida contendrá la fecha, serie original y tendencia, todo en niveles originales. En este punto es importante resaltar que lo que se obtiene como resultado de la aplicación del filtro será el ciclo de la serie. Si lo que se desea es obtener la tendencia, tal y como lo es en este caso, se calcula dentro del mismo programa restándole a la serie original el valor del ciclo en cada punto. En el Anexo 1 se puede apreciar el programa ejecutor **bk1.prg**.

Con el fin de analizar el comportamiento del filtro en diversas series económicas y comprobar los resultados enunciados por Baxter y King, se utilizarán series económicas de Costa Rica con periodicidad mensual, trimestral y anual. Las series mensuales por analizar serán el Índice Mensual de Actividad Económica (IMAE), la Base Monetaria y el Índice de Precios al Productor Industrial (IPPI), la trimestral será el Producto Interno Bruto real (PIB) y las anuales serán las importaciones y el PIB real.

#### *Aplicación del Filtro a Series Económicas*

Tal y como se mencionó, se utilizaron tres series mensuales, la Base Monetaria, el IMAE y el IPPI en series originales. Las primeras dos variables se caracterizan por contener alta estacionalidad y elementos irregulares, en tanto que el IPPI posee un comportamiento más estable.

Las tres series abarcan distintos intervalos de tiempo. Sin embargo, con fines comparativos se estandarizó el período de enero de 1991 a setiembre de 1999. El acortar las series produce resultados estadísticamente distintos, como lo demuestra el caso del IMAE, en donde al comparar los valores resultantes de iniciar en dos períodos distintos, a saber, 1976 y 1991, la prueba t de igualdad de series proporcionó un valor de -4.34, con lo que se rechaza la hipótesis nula que implica que los valores de tendencia obtenidos para una misma serie con intervalos de tiempo distintos, son estadísticamente diferentes<sup>24</sup>. Sin embargo, esta diferencia se produce exclusivamente en los valores iniciales y finales que fueron obtenidos determinando una función autorregresiva. Es de esperar, entonces, que los resultados difieran en los extremos. En los valores centrales de la nueva serie, los coeficientes son

<sup>24</sup> La prueba t de igualdad de series se calcula como sigue:

$$t_c = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} / \sqrt{n}}$$

promedio.

exactamente iguales. Por ello, y para poder ganar comparación entre las tres variables mensuales a considerar, se utilizará un mismo período para las tres.

Otro aspecto a considerar en las series mensuales se relaciona con la cantidad de rezagos por incluir. De acuerdo con Baxter y King, para datos anuales se utilizan 3 rezagos y para cifras trimestrales 12, por lo que la idea implícita es utilizar los promedios móviles con 3 años de historia. Esto implica que para cifras mensuales se deberían utilizar 36 rezagos. Esto no se considera conveniente por dos razones, la principal, por cuanto estadísticamente los resultados no difieren cuando se utilizan 36 o 12 rezagos dada una muestra y la segunda, porque el programa deberá utilizar aproximaciones de los últimos 36 datos, lo cual no es deseable para fines de interpretación. Por esto se utilizarán 12 rezagos en los promedios móviles.

La última variante de importancia en la selección de un filtro consiste en la definición de ciclo que brinde el investigador. En series mensuales esta variante es de suma importancia, por cuanto en las mismas se presentan elementos de tipo estacional o irregular, no tan presentes en datos trimestrales y anuales. Por ello, el investigador deberá decidir cuál es el fin para el cual utilizará el filtro. Si su objetivo es obtener la tendencia, debe filtrar los elementos irregulares y estacionales, así como los cíclicos de la serie, por lo cual deberá utilizar una frecuencia máxima muy alta, lo que equivale a períodos muy bajos (por ejemplo,  $\text{upper} = 2$ ). Con esto, podrá obtener una tendencia suave y sin movimientos de tipo irregular o estacional. Si más bien lo que persigue es obtener una aproximación del ciclo, le convendrá filtrar los elementos irregulares y estacionales de modo que no “ensucien” el ciclo. Por ello, deberá determinar un período relativamente alto, por ejemplo,  $\text{upper} = 12$ .

Para facilitar la comprensión de la importancia de seleccionar el límite de periodicidad superior, así como la escogencia del rezago a utilizar, en el Anexo .2 se presentan los gráficos 1 a 3. Se tomará como punto de referencia la serie que fue filtrada definiendo ciclos que abarcan de 2 a 96 períodos, con 12 rezagos (definida en los gráficos como 2,96,12,12). La primera variante

modifica el número de rezagos de referencia de 12 a 3 y la segunda modifica el límite superior de 2 a 12.

Los casos interesantes son la Base Monetaria y el IMAE, dada la estacionalidad que los caracteriza. En el caso del IPPI, las series se transponen, indicando una diferencia muy leve entre las variantes, por lo que se podría afirmar empíricamente, que las series que no poseen un comportamiento irregular o estacional, pueden utilizar cualquiera de las tres variantes del modelo anteponiendo, por supuesto, los objetivos del estudio y los criterios económicos del investigador. La situación no es la misma al considerar la Base Monetaria y el IMAE. En ambas, al reducir la cantidad de rezagos para el promedio móvil, se produce un comportamiento más suave, pero que aún es afectado por los movimientos estacionales de las mismas. Por otra parte, cuando lo que se altera es la periodicidad mínima a considerar como filtro, la serie tiende a parecerse más a la serie original y menos a la tendencia, con movimientos irregulares y estacionales muy marcados. En vista de esta conducta, en las tendencias por estudiar se filtrarán de las series los movimientos que se producen entre 2 y 96 períodos, utilizando 12 rezagos y 12 términos autorregresivos para extrapolar la serie (en notación de Baxter y King, será un  $BK_{12}(2,96)$ ).

Una vez que se ha justificado la transformación por utilizar, se procederá a realizar un breve análisis exploratorio de la tendencia de las series, utilizando el filtro  $BK_{\kappa}(p,q)$ , y  $HP(\lambda)$ . En el Cuadro 1 se pueden apreciar tres estadísticos específicos: la desviación estándar, la autocorrelación de primer orden, y el coeficiente de correlación de la Base Monetaria y el IPPI con respecto al IMAE, utilizando 3 y 12 rezagos para comparar los resultados. Los estadísticos presentados serán útiles para comprender en qué medida las series son afectadas por las transformaciones. En los gráficos 4 al 6 del anexo 2 se muestra la serie original con las dos tendencias, la obtenida con el  $HP(\lambda)$  y el  $BK_{\kappa}(p,q)$  de referencia  $BK_{12}(2,96)$ .

**Cuadro No.1**  
**Estadísticos de Series Económicas**  
**Transformadas con Filtro Baxter King y Hodrick y Prescott**

	Rezago de Filtro B-K		Filtro H-P
	3	12	
<b>Cifras mensuales</b>			
<b>Desviación Estandar <sup>1</sup></b>			
Base Monetaria	47757.334	47762.190	54280.301
IMAE	10.501	10.093	11.464
IPPI	52.564	52.349	56.196
<b>Autocorrelación de primer orden <sup>2</sup></b>			
Base Monetaria	0.956	0.956	0.968
IMAE	0.923	0.926	0.964
IPPI	0.952	0.952	0.974
<b>Correlación con IMAE <sup>1</sup></b>			
Base Monetaria	0.959	0.989	0.996
IMAE	1.000	1.000	1.000
IPPI	0.899	0.957	0.978
<b>Cifras Trimestrales</b>			
<b>Desviación Estandar</b>			
PIB	686.21	676.24	680.28
<b>Autocorrelación de primer orden</b>			
PIB	0.961	0.963	0.967
<b>Cifras Anuales</b>			
<b>Desviación Estandar</b>			
PIB	2863.900	--	2844.203
Importaciones	460644.570	--	437703.442
<b>Autocorrelación de primer orden</b>			
PIB	0.844	--	0.855
Importaciones	0.787	--	0.834
<b>Correlación con PIB</b>			
PIB	1.000	--	1.000
Importaciones	0.951	--	0.978

<sup>1</sup>Calculados con el paquete Excel

<sup>2</sup>Calculada con el paquete WINRATS

Aunque no se presenta en el cuadro 1, es importante mencionar que si se calcula el promedio aritmético de las series a partir del momento en que las series filtradas cuentan con datos, es decir, utilizando la misma cantidad de observaciones tanto para la serie original como para las filtradas con 3 o 12 rezagos y con el filtro  $HP(\lambda)$ , el valor promedio será el mismo para todas las series. En este sentido, se cumple con el

requisito de un filtro ideal de no variar las propiedades inherentes a los datos.

La desviación estándar brinda una idea de la volatilidad de las series. En los tres casos, este estadístico es mayor cuando se emplea el filtro de HP que cuando se utiliza el  $BK_{\kappa}(p,q)$ . Este resultado es esperado, por cuanto el filtro BK seleccionado se diseñó ajustando límites lo suficientemente amplios como para capturar

los elementos irregulares de la serie, aspecto en el que el  $HP(\lambda)$  no es flexible.

La autocorrelación de primer orden es mayor, en las tres series, para el caso del filtro  $HP(\lambda)$  que para el  $BK_{\kappa}(p,q)$ , pero las tres presentan un valor mayor al 90%, con ambos filtros. La serie en la que existe una mayor diferencia entre los filtros, es la del IMAE, pero esta diferencia entre los valores de la autocorrelación no es mayor al 4%. Es interesante observar que el valor de la autocorrelación es prácticamente el mismo cuando se utilizan 3 y 12 rezagos con el filtro  $BK_{\kappa}(p,q)$ .

En cuanto a la correlación entre las variables Base Monetaria e IPPI con respecto al IMAE, se evidencia la presencia de una fuerte asociación entre ambas y el indicador de producción, utilizando ambos filtros, siendo el resultado de  $HP(\lambda)$  más fuerte que el  $BK_{\kappa}(p,q)$ . En este último, se puede observar que la relación entre el IPPI y el IMAE disminuye en aproximadamente un 5% cuando se usan 3 rezagos y los valores son muy cercanos entre  $HP(\lambda)$  y  $BK_{\kappa}(p,q)$  al comparar los filtros con 12 rezagos. Este comportamiento también fue encontrado por Baxter y King en cifras trimestrales, aunque no fue uniforme en las series que estudiaron.

En cuanto a cifras trimestrales, se analizaron las cifras correspondientes al PIB. Al igual que con las series mensuales, se realizaron diversas pruebas con diferentes rezagos. En el gráfico 7 del anexo 2 se puede observar que las tendencias resultantes no difieren mucho entre sí, al utilizar 3, 6 y 12 rezagos. El gráfico 8 del Anexo 2 muestra el comportamiento de la serie original, el  $BK_{\kappa}(p,q)$  de orden  $BK_{12}(2,32)$ , y el  $HP(\lambda)$ .

En el análisis exploratorio se obtuvieron sólo dos estadísticos, la desviación estándar, y la autocorrelación de primer orden. En la medida de volatilidad destaca el efecto de utilizar más o menos rezagos para comparar los resultados con el filtro  $HP(\lambda)$ . Si se incluyen menos rezagos en la serie, la volatilidad es la mayor en términos absolutos. Dicho comportamiento es consistente con el hecho de que al aumentar rezagos la serie se vuelve más suave. A pesar de esto, es importante notar que las diferencias entre los tres estadísticos son pequeñas.

En cuanto a la autocorrelación es evidente el mismo comportamiento que en el caso de variables mensuales, a saber, existe una alta dependencia del dato contemporáneo con el inmediatamente anterior, en los tres casos de poco más de 96%.

Por último, se presentan las cifras anuales del PIB y las Importaciones de bienes y servicios. La serie original y tendencias se muestran en los gráficos 9 y 10 del Anexo 2. En el caso anual, no se presentan las cifras con 12 rezagos por cuanto la serie que se obtuvo de la base de datos es muy corta (20 datos), por lo que se perderían casi todas las observaciones. De esto resulta que la desviación estándar con el filtro  $HP(\lambda)$  es menor que con  $BK_{\kappa}(p,q)$ . Esto implicaría que el segundo filtro recoge más comportamientos que se presentan con mayor frecuencia que el primero.

En cuanto a la autocorrelación de primer orden y la correlación de las importaciones con el PIB, se evidencian correlaciones mayores cuando la serie se filtra con  $HP(\lambda)$ . Sin embargo, igual que en los casos anteriores, la diferencia mayor se encuentra en la autocorrelación de las importaciones, en donde la diferencia asciende a 0.047.

De los resultados anteriores se pueden obtener algunas conclusiones empíricas, como lo son que el filtro  $HP(\lambda)$  es menos versátil en la identificación de los ciclos, por lo que verá afectada su capacidad para recoger o separar comportamientos de las series. En este sentido, el  $BK_{\kappa}(p,q)$  es muy superior.

A pesar de la limitación anterior, no se observa una diferencia significativa entre los resultados proporcionados por ambos filtros. Dicho resultado se comprueba cuando se realiza una prueba t de igualdad de las tendencias, en donde se comparan las tendencias resultantes del filtro  $BK_{\kappa}(p,q)$  utilizando 3 y 12 rezagos, con los resultados de las tendencias obtenidas con  $HP(\lambda)$ . Con excepción del PIB trimestral cuando se utilizan 12 rezagos, en donde se rechazó la hipótesis nula de igualdad de series en promedio, las otras series mostraron valores de t tales que no se puede rechazar la hipótesis nula de igualdad de series. Dichos resultados se presentan en el cuadro 2 siguiente.

**Cuadro No. 2**  
**Prueba T de Igualdad de Tendencias**  
**Filtradas con Baxter King y Hodrick Prescott**

	Rezago de Filtro B-K	
	3	12
<b>Cifras mensuales</b>		
Base Monetaria	0.072	-0.418
IMAE	0.081	0.818
IPPI	0.047	-0.683
<b>Cifras trimestrales</b>		
PIB	-0.533	3.834
<b>Cifras anuales</b>		
PIB	-0.410	--
Importaciones	-0.306	--

Notas:

La hipótesis nula es  $H_0: \mu_1 = \mu_2$

Para calcular el T, se utiliza la fórmula

$$t_c = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} / \sqrt{n}}$$

## CONCLUSIONES

- Las funciones periódicas se utilizan en economía para explicar los ciclos económicos y su estudio se enmarca dentro del Análisis de Dominio de Frecuencia. Baxter y King utilizan dicha metodología como base para construir su filtro.
- Con fines comparativos, el filtro Hodrick-Prescott (HP( $\lambda$ )) es aproximadamente un filtro de este tipo, por lo que las propiedades matemáticas del mismo son equiparables con las del filtro Baxter-King (BK $_k$ (p,q)).
- El filtro Baxter-King consiste en un método de extracción de ciclos de las series económicas, que se caracteriza por permitir al investigador definir el tipo de ciclo que presenta la variable que se analiza.
- El filtro Baxter-King cumple con la mayor parte de las características de un filtro ideal, en el sentido de que no varía las propiedades inherentes a los datos, produce series estacionarias, no ocasiona movimientos de fase y es operacional. Sin embargo, al utilizar promedios móviles centrados truncados en el rezago k, pierde k datos al inicio y al final de la muestra.
- En la aplicación práctica del filtro, lo que se obtiene directamente del filtro es el ciclo de la serie. Sin embargo, en el programa puede calcularse la tendencia, obteniéndola como un residuo entre la serie original y el ciclo.
- La metodología construida en el paquete WINRATS realiza una extensión de la serie con la ayuda de parámetros autorregresivos para evitar la pérdida de datos al final de la serie, por lo que los últimos k datos son producto de suponer que la serie de tiempo tendrá un comportamiento similar al de los períodos anteriores. Este elemento debe ser tomado en consideración a la hora de pronosticar e interpretar los resultados.
- Lo anterior también provoca que la serie sea sensible a la cantidad de muestra que se utiliza en los primeros y últimos k valores. En el resto de los datos intermedios los valores resultantes del filtro son iguales con una mayor o menor muestra.
- El investigador deberá definir los límites mínimo y máximo del filtro, así como la cantidad de rezagos a utilizar, y los parámetros autorregresivos que se utilizarán para sustituir los datos que se pierden al final de la serie. Con esto, el filtro se convierte en una herramienta poderosa y versátil, muy superior a otros filtros lineales que son inflexibles a las características propias de la economía.
- Es importante recordar que las decisiones que tome el investigador sobre los parámetros van a depender de los objetivos de su investigación y de su criterio de experto sobre la serie de tiempo por analizar. La definición del ciclo debe depender, pues, de ambos aspectos.
- En este sentido, la selección de la cantidad de rezagos es importante, especialmente para series con periodicidad mensual, por cuanto estas se ven afectadas por comportamientos estacionales o irregulares que no serán suavizados con utilizar promedios móviles centrados muy cortos.
- Al realizar la comparación de los resultados de tendencias obtenidas con Baxter-King y Hodrick-Prescott, se encontró que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre sus resultados, tanto al analizar tres medidas exploratorias como lo son la desviación estándar, autocorrelación de primer orden y correlación con el producto, como con la prueba estadística t de igualdad de series. Sin embargo, la versatilidad del filtro Baxter-King lo convierte en una herramienta más moderna para el análisis de ciclos y tendencias que deba hacer un investigador.

## BIBLIOGRAFÍA

Base de Datos SIEC, Banco Central de Costa Rica.

Baxter, M. and King, R. (1995) *Measuring Business Cycles Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series*. NBER Working Paper Series. WP No. 5022. Cambridge, Massachusetts.

Harvey, A. (1993) *Time Series Models*. Second Edition, The MIT Press. Cambridge, Massachusetts.

Kikut, A y otros. (1999) *Guía práctica de uso del paquete WINRATS*. DIE-NT-02-99. Banco Central de Costa Rica.

King, R. and Rebelo, S. (1991) *Low Frequency Filtering and Real Business Cycles*. Journal of Economic Dynamics and Control Vol 17. Pp 207-231.

Manual del paquete Rats.

Monge, A. and Hall, L. (1999) *Aggregate fluctuations and co-movements in Central America and Mexico*. Taller Macroeconomic Interdependence in Central America and Mexico, presentado el 27 de abril de 1999, en la Universidad de Costa Rica.

Muñoz, E. y Kikut, A. (1994) *El Filtro de Hodrick y Prescott: una técnica para la extracción de la tendencia de la serie*. DIE-NT-03-94/R. Banco Central de Costa Rica.

Página de Internet [www.estima.com](http://www.estima.com)

Stock, J. and Watson, M. (1998) *Business Cycle Fluctuations in U.S. Macroeconomic Time Series*. NBER Working Paper Series. WP No. 6528. Cambridge, Massachusetts.

Ya-Lun Chou (1969) *Análisis Estadístico*. Primera Edición, Nueva Editorial Interamericana. México.

Anexo 1

```
*FILTRO BAXTER KING

*ACTUALIZADO POR EL EQUIPO DE MODELACIÓN MACROECONÓMICA

*FECHA DE ACTUALIZACION: 09-02-2000

*

*PROGRAMA RATS: BK1.PRG

*

*****

*

*LECTURA DE LA BASE DE DATOS

*-----

*

CALENDAR 1980 1 1

*

ALLOCATE 0 1999:01

*

OPEN DATA C:\WINRATS\BK-HPAN.XLS

*

DATA(FORMAT=XLS,ORG=OBS) / PIB MBYS

*

*

COMPUTE START = 1980:01

COMPUTE END  = 1999:01

*

*****

*GENERACION DE VARIABLES

*-----
```

\*CIFRAS MENSUALES

\*-----

\*SET LBM /= LOG(BM)

\*SET LIMAE /= LOG(IMAE)

\*SET LIPPI /= LOG(IPPI)

\*

\*CIFRAS TRIMESTRALES

\*-----

\*SET LPIB /= LOG(PIB)

\*

\*CIFRAS ANUALES

\*-----

SET LPIB /= LOG(PIB)

SET LMBYS /= LOG(MBYS)

\*\*\*\*\*

\*FILTRO DE BAXTER KING

\*-----

\*

\* SOURCE(noecho) C:\winrats\BPFILTER.SRC

\* @BPFILTER(UPPER=2,LOWER=8,NMA=3,ARPAD=1) LPIB / CLPIB

\* @BPFILTER(UPPER=2,LOWER=8,NMA=3,ARPAD=1) LMBYS / CLMBYS

\*

\*

\*\*\*\*\*

---

\*PRESENTACION DE LOS RESULTADOS

\*-----

\*PRINT / LPIB CLPIB

\*SET TLPIB / = LPIB - CLPIB

\*SET TPIB / = EXP(TLPIB)

\*SET TLMBYS / = LMBYS - CLMBYS

\*SET TMBYS / = EXP(TLMBYS)

PRINT / PIB MBYS TPIB TMBYS

HALT

\*

---

Anexo 2

Gráfico No.1

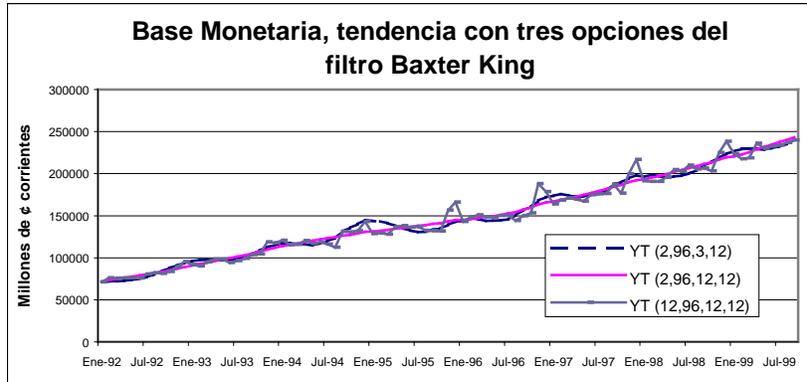


Gráfico No. 2

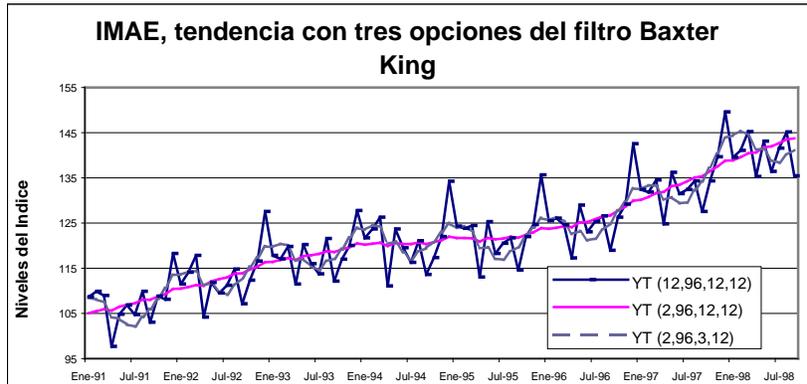


Gráfico No.3

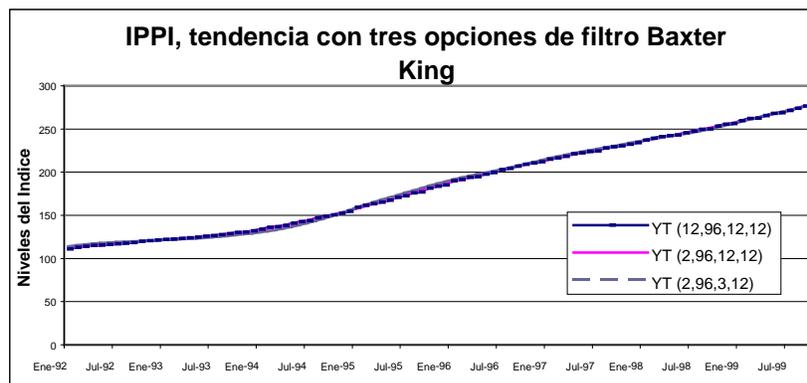


Gráfico No.4

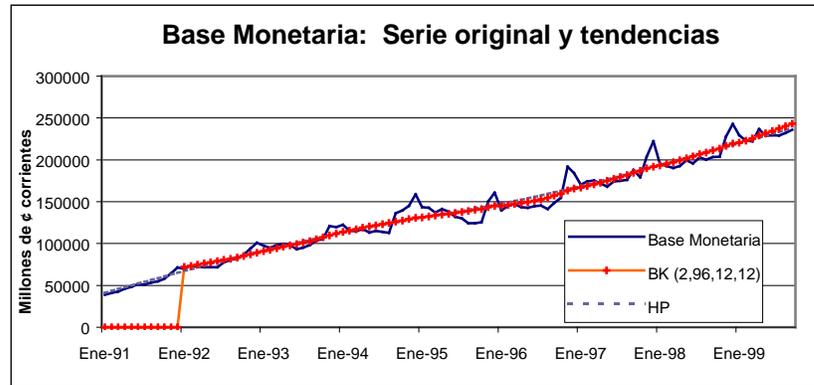


Gráfico No.5

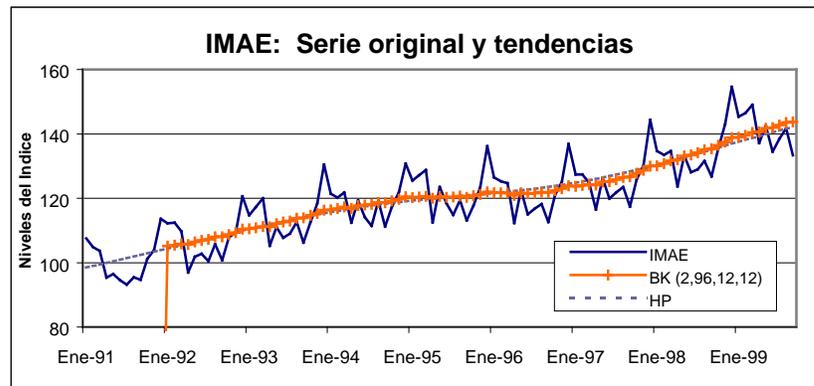
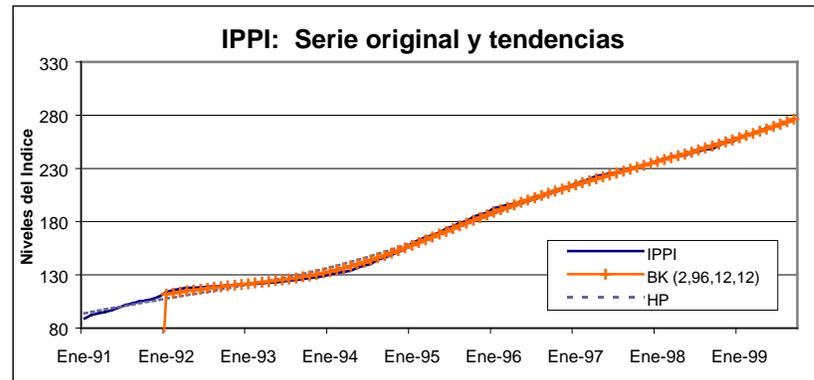
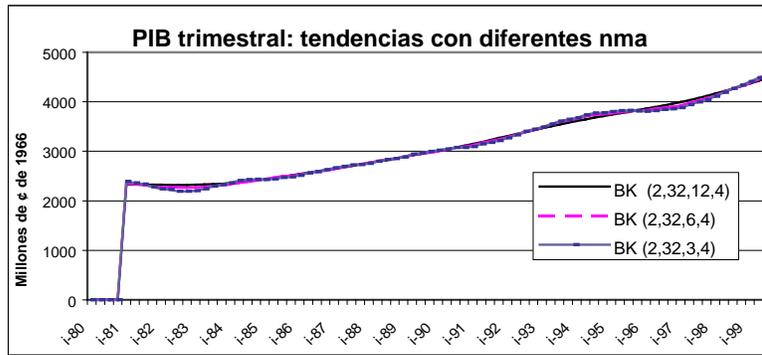


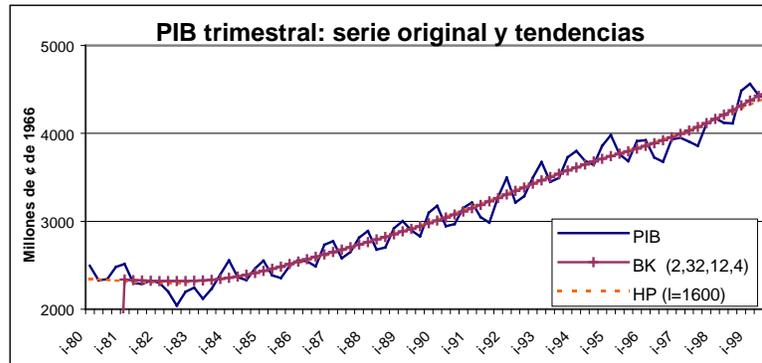
Gráfico No.6



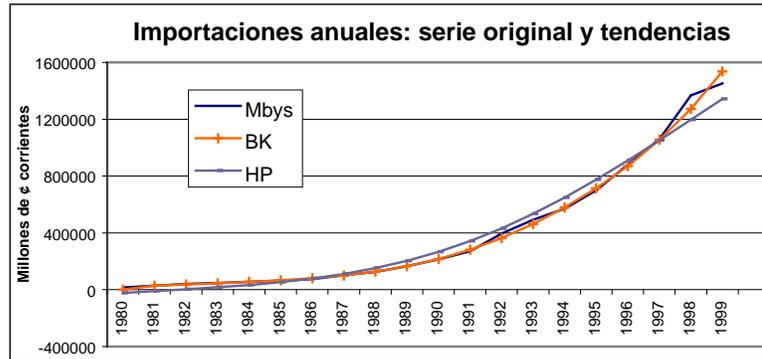
**Gráfico No.7**



**Gráfico No.8**



**Gráfico No.9**



**Gráfico No.10**

