

# LA MATEMÁTICA ELEMENTAL DEL PROCESO DE VALORIZACIÓN DEL CAPITAL

**Henry Ml. Mora Jiménez**

Director, Escuela de Economía, Universidad Nacional

e-mail: hmoraj@una.ac.cr

---

## INTRODUCCIÓN

La economía es (o aspira a ser) una ciencia social que, por su particular objeto de estudio, permite y requiere la cuantificación de las expresiones objetivadas de los procesos sociales en que centra su interés; y aunque probablemente se han cometido (y se siguen cometiendo) muchos abusos en este campo, no podemos renunciar a una tarea que es requisito para el desarrollo de una teoría científica del capitalismo.

Se pretende en este trabajo, utilizar instrumentos de la matemática elemental para formalizar importantes tesis marxianas, relacionadas con la teoría del plusvalor absoluto. Aunque la matemática que se utiliza es simple, el planteamiento es sugestivo, y se centra en formalizar con ayuda del álgebra y del cálculo elemental, los principales resultados teóricos de la sección tercera (especialmente el capítulo nueve) del Libro I de El Capital de Karl Marx, susceptibles de tratamiento cuantitativo.

Nuestra pretensión es aclarar la teoría del proceso de valorización del capital (creación de nuevo valor mediante el consumo productivo de fuerza de trabajo y de medios de producción), como un requisito parcial para entender mejor lo que en un artículo posterior denominaremos “proceso de desvalorización del capital”, el cual se desarrolla paralelamente y se entrecruza con el primero. La exposición se centra en el método de producción de plusvalor conocido como plusvalor absoluto, por ser la forma general y básica de creación capitalista de excedente.

### 1. SUBSUNCIÓN FORMAL Y PLUSVALOR ABSOLUTO

La piedra angular de la *Crítica de la Economía Política* desarrollada por K. Marx es su *teoría del plusvalor*, la cual, y en lo que toca a sus elementos básicos, es presentada en el Libro I de El Capital. Marx distingue dos métodos generales de producción de plusvalor: plusvalor absoluto y plusvalor relativo. La producción de plusvalor absoluto (prolongación de la jornada laboral más allá del tiempo necesario para reproducir el equivalente del valor de la fuerza de trabajo consumida) no es sólo una forma particular de extracción capitalista de excedente (junto con el plusvalor relativo); sino además, **la forma general y básica**; por lo que su comprensión resulta crucial para entender y desarrollar el trabajo teórico de Marx sobre la estructura y dinámica del capitalismo.

La creación de plusvalor absoluto sólo presupone la *subsunción formal del trabajo al capital*, por lo que es conveniente aclarar este concepto desde el inicio de la exposición.

Marx distinguió dos grandes momentos en el desarrollo de la relación de capital, a los que denominó subsunción formal y subsunción real del trabajo. La primera, a su vez, tiene, empero, tanto un sentido genérico como uno histórico. En el primer sentido, la subsunción formal hace referencia sólo a la forma social de la producción, a la transformación del trabajo en trabajo asalariado y, por tanto, a la separación de los medios de producción y de subsistencia del trabajador directo, y a la apropiación de plusvalor mediante la venta voluntaria de la fuerza de trabajo. Bajo la subsunción formal la producción sufre un cambio en su *modo social*, pero no supone una alteración en el *modo técnico* de

producción: lo que se revoluciona en un primer momento no son los métodos de producción sino la forma social de esta última, por lo que en estas condiciones el crecimiento de las fuerzas productivas del trabajo social se desarrolla de una manera sumamente lenta, lo cual nos permite, para efectos del análisis, introducir el supuesto simplificador de una composición del capital constante (productividad del trabajo también constante)<sup>1</sup>.

En un sentido histórico, la subsunción formal aparece como *la primera forma*, y se refiere, en particular, a una época en que el capital funciona con un modo técnico que él no ha creado. La historia de la determinación de la extensión de la jornada laboral, la cual no se reduce, desde luego, a una determinación de carácter puramente económico, se refiere a este segundo sentido en que debe entenderse la subsunción formal.

Resumiendo, con la teoría del plusvalor absoluto se investigan las relaciones capitalistas de producción en lo que concierne a sus categorías básicas, tales como, el capital, el plusvalor, la masa de plusvalor, la tasa de plusvalor, el tiempo de trabajo necesario y el tiempo de plustrabajo<sup>2</sup>.

## 2. FÓRMULAS QUE RELACIONAN LA TASA Y LA MASA DE PLUSVALOR

Marx resume en tres "leyes" los principales resultados de su investigación (sección tercera del Libro I), que para efectos de este trabajo son susceptibles de expresión matemática. Analicemos cada una de ellas.

### Primera Ley

*"La masa del plusvalor producido es igual a la magnitud del capital variable adelantado multiplicada por la tasa del plusvalor, o bien es igual al valor de una fuerza de trabajo, multiplicado por el grado de su explotación, multiplicado por el número de fuerzas empleadas conjuntamente."* (El Capital, Tomo I, Volumen 1, p.368)

<sup>1</sup>"El capital comienza por subordinar al trabajo bajo las condiciones técnicas en que, históricamente lo encuentra. No cambia inmediatamente, pues, el modo de producción. La producción de plusvalor en la forma considerada hasta aquí, mediante la simple prolongación de la jornada laboral, se presenta por ende como independiente de todo cambio en el modo de producción mismo". (Marx, El Capital, T.I, Vol.3, p.376)

<sup>2</sup> La teoría del plusvalor relativo investiga el desarrollo de las fuerzas productivas en el seno de las relaciones de producción capitalistas, y cómo este desarrollo se materializa en la producción de plusvalor relativo.

Por tanto, podemos representar nuestra primera ecuación de la siguiente manera tradicional:

$$(1) \quad P = p \cdot V$$

donde, P = masa de plusvalor (en unidades monetarias) por jornada laboral<sup>3</sup>

V = suma global del capital variable (en unidades monetarias) adelantado por jornada laboral y utilizado **en el proceso de trabajo**<sup>4</sup>

$$p = \text{tasa (efectiva) de plusvalor vigente}^5 = P/V$$

La tesis central que expresa la ecuación (1) es que, bajo las condiciones económicas y sociales supuestas en la sección tercera del libro I de El Capital -principalmente: subsunción formal del trabajo al capital- el plusvalor producido aumenta proporcionalmente a la magnitud del capital variable adelantado, y al número de fuerzas de trabajo explotadas (en el proceso de trabajo).<sup>6</sup>

Para aclarar lo anterior, definamos dos nuevas variables:

f = la magnitud de valor de una fuerza de trabajo media y

n = el número de fuerzas de trabajo (medias) utilizadas en cada jornada laboral.

Entonces podemos escribir:

$$V = f \cdot n$$

Bajo nuestro supuesto general -subsunción formal-, el nivel de las fuerzas productivas del trabajo social se mantiene constante y por tanto  $f = f_0$ , esto es, podemos asumir f como una constante<sup>7</sup>, por lo que tenemos:

$$(2) \quad V = f_0 \cdot n = V(n)$$

<sup>3</sup>"...la jornada laboral es la unidad natural de medida para la función de la fuerza de trabajo..." (El Capital, T.II, V.4, p.186)

<sup>4</sup> Por lo general, en la producción capitalista el período de trabajo es menor que el período de producción. Este último incluye actividades y tiempos improductivos en los que no se crea valor ni plusvalor, aunque se consume fuerza de trabajo.

<sup>5</sup> Resaltamos que se trata de la tasa "efectiva" de plusvalor, por oposición a la tasa "anual", o aquella que surge de las condiciones especiales de rotación del capital variable adelantado.

<sup>6</sup> Se supone que el valor de una fuerza de trabajo media es constante, y además, que los trabajadores utilizados por un capitalista se reducen a "obreros medios".

<sup>7</sup> Como hemos supuesto un nivel dado en el desarrollo de las fuerzas productivas, el valor de todas las mercancías, incluyendo las que entran en la determinación del valor de la fuerza de trabajo, se mantiene constante.

Suponemos además, que los restantes factores generales que determinan el valor de la fuerza de trabajo están dados, a saber: la canasta de bienes salario, los gastos de educación del trabajador, la estructura de la población asalariada y la función del trabajo femenino; así como la extensión e intensidad del trabajo. Inicialmente suponemos, también, que la magnitud de la tasa de plusvalor se mantiene constante, de modo que los cambios en la masa de plusvalor dependen estrictamente de  $n$ , el número de fuerzas de trabajo. Luego veremos que en realidad, en condiciones de subsunción formal, la masa de plusvalor depende del "flujo de trabajo explotable por el capital", es decir, tanto de  $n$  como de la extensión de la jornada laboral. Por ahora basta con suponer que esta última es mayor que el tiempo necesario para la reproducción del valor de la fuerza de trabajo.

La ecuación (2) indica que, en condiciones inalteradas de productividad del trabajo, la magnitud del capital variable es función del número de fuerzas de trabajo explotadas, dado que  $f$  se mantiene constante.

Por otra parte, Marx insiste en que  $P = f(\Delta V)$ , es decir, en el proceso de valorización,  $V$  (una constante que en el intercambio expresa una magnitud dada de capital variable) se transforma en  $V^*$  (una función que en el proceso productivo permite la creación de nuevo valor).

"...el plusvalor es una simple consecuencia del cambio de valor que se efectúa con  $V$ , la parte del capital convertido en fuerza de trabajo" (El Capital, Tomo III, Vol.1.6, p.38).

De modo que, a partir de las ecuaciones (1) y (2) podemos escribir (aplicando la regla de la cadena), lo siguiente:

$$(3) \quad P' = \frac{dP}{dn} = \frac{dP}{dV} \cdot \frac{dV}{dn} = p \cdot V'(n) = p \cdot f_0$$

donde  $P'$  es la masa de plusvalor por jornada laboral de la  $n$ -ésima unidad (infinitesimal) de fuerza de trabajo. Por lo que podemos reescribir (1) como:

$$(4) \quad P = p \int_0^n V'(n) dn = n \cdot p \cdot f_0$$

La ecuación (4) muestra claramente los factores que inciden en la magnitud de la masa de plusvalor cuando el nivel de las fuerzas productivas y

la organización del proceso de trabajo se mantienen constantes:

1. El número de unidades de fuerza de trabajo explotadas ( $n$ )
2. La magnitud de la tasa de explotación, tasa de plusvalor o relación de valorización ( $p$ )
3. El valor de cada unidad (constante) de la fuerza de trabajo ( $f_0$ ).

Regresamos ahora a la diferencia crucial entre  $V$ ,  $V_0$  y  $V^*$  que recién indicamos:

"Dentro del adelanto de capital, la fuerza de trabajo se cuenta como valor pero en el proceso de producción funciona como creadora de valor. En el capital productivo actuante real, la propia fuerza de trabajo viva, creadora de valor, asume el lugar de la fuerza de trabajo que figura dentro del adelanto de capital." (ibid, p.33)

Efectivamente, en el proceso de valorización (consumo productivo de fuerza de trabajo),  $V$ , la fuerza de trabajo considerada como valor, se transforma en  $V^*$ , la fuerza de trabajo en cuanto creadora de valor. Esta transformación de  $V$  en  $V^*$  es precisamente, el proceso de valorización del capital (autovalorización del valor). Ciertamente, se trata de la conocida distinción marxiana entre "fuerza de trabajo" y "trabajo": en el capitalismo la fuerza de trabajo es una mercancía (materialización de trabajo abstracto); mientras que el trabajo es el uso o consumo productivo de la fuerza de trabajo y, por tanto, carece de valor o, mejor dicho, no es un valor.

Además, queda enteramente justificado llamar "capital variable" a la parte del capital que se invierte en fuerza de trabajo; pues  $P$ ; la masa de plusvalor, proviene efectivamente de una alteración de valor en  $V$ , alteración que queda expresada en la diferencia entre  $V$  y  $V^*$ . Incluso, **más que una alteración en su valor es una transformación en su función:  $V$  en el mercado es  $V_0$ ,  $V$  en el proceso productivo es  $V^*$ .**

Este resultado es fundamental para distinguir la teoría marxiana del plusvalor, de cualquier teoría del excedente (el plusvalor considerado como excedente del valor del producto sobre la suma de valor de los elementos productivos del capital adelantado). Para Marx, una teoría del plusvalor en términos de "excedente" es una tautología:

"Como el valor de los elementos de la producción es igual al valor del capital adelantado,

es en realidad una tautología decir que el excedente del valor del producto sobre el valor de sus elementos productivos es igual a la valorización del capital adelantado o igual al plusvalor producido". (ibid, Tomo I, Vol. 1, pp. 255-256)

Pasemos ahora a analizar algunos resultados importantes que se relacionan con la "segunda ley" enunciada por Marx.

**GRADO DE SUSTITUCION ENTRE p y V.**

Hasta aquí hemos venido trabajando con el supuesto de que p, la tasa de plusvalor o relación de valorización se mantiene constante, de modo de P, la masa de plusvalor por jornada laboral, depende exclusivamente de las variaciones producidas en n, las unidades de fuerza de trabajo explotadas. Ahora procederemos en cierto sentido a la inversa, pues vamos a partir de la existencia de una determinada masa de plusvalor,  $P = P_0$ , y veremos que la misma puede ser obtenida con *distintas combinaciones de p y n*. Esta relación de sustitución (la cual opera dentro de ciertos límites) es lo que Marx llama "Segunda Ley".

Partimos entonces de la existencia de una masa de plusvalor de magnitud determinada, de modo que la ecuación (1) se convierte en:

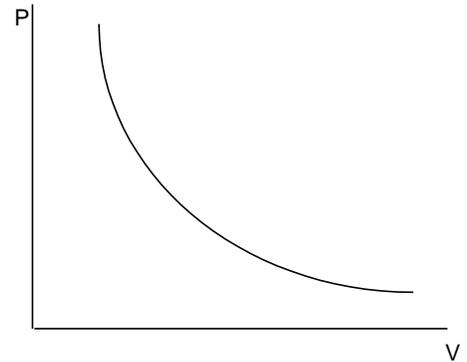
$$(5) \quad P_0 = p \cdot V \quad \text{ó}$$

$$(6) \quad p = P_0/V$$

donde  $P_0$  representa una masa de plusvalor de magnitud dada, es decir, una constante.

La ecuación (6) define la rama de una hipérbola equilátera cuyas asíntotas son los ejes del primer cuadrante del plano cartesiano ( $P_0 > 0$ ). Por lo que si interpretamos V como "variable independiente" y p como "variable dependiente", entonces la gráfica de la ecuación (6) sería como sigue:

**Gráfico 1**

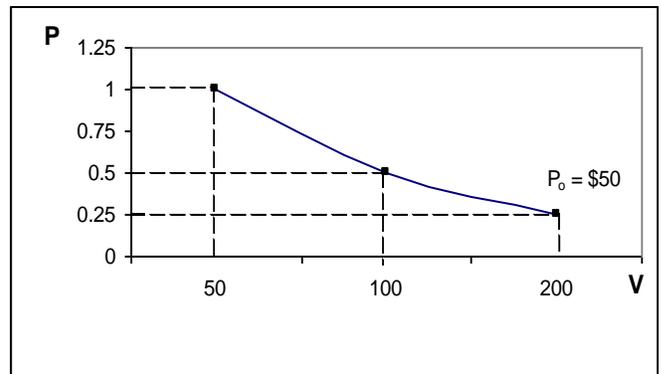


**Relación de sustitución ente V y p (dado  $P = P_0$ )**

La ecuación (6) define una relación de dependencia inversamente proporcional entre las variables p y V, y expresa que en la producción de una determinada masa de plusvalor por jornada laboral, puede compensarse la reducción (aumento) en un factor -digamos p- mediante el aumento (disminución) proporcional en el otro - $V^8$ .

Desarrollemos un ejemplo numérico para aclarar lo indicado. Supongamos que  $P_0 = \$50$ ,  $f = f_0 = \$1$ ,  $n_1 = 50$ ,  $n_2 = 100$  y  $n_3 = 200$  (todas las variables medidas en la misma unidad de tiempo, digamos, una jornada laboral); entonces obtenemos la siguiente representación gráfica (suavizada):

**Gráfico 2**



<sup>8</sup> Este resultado fue expuesto inicialmente por David Ricardo, quien sin embargo, no pudo formularlo adecuadamente. En el pensamiento neoclásico permanece una tenue huella de esta problemática, en términos de la sustitución entre "capital" y "trabajo" en la teoría de la producción: distintas combinaciones de capital y trabajo que permiten obtener un mismo nivel de producto (isocuantas).

Ahora bien, como la tasa de plusvalor ( $p$ ) y la tasa de plustrabajo ( $t = T'/T$ ) son escalares idénticos, donde:

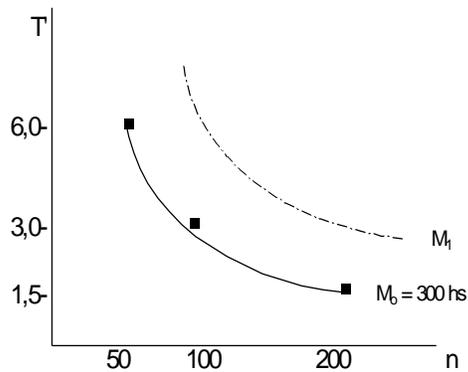
$T'$  = plustrabajo por jornada laboral (por unidad de fuerza de trabajo),

$T$  = trabajo necesario por jornada laboral (por unidad de fuerza de trabajo).

$JL = T' + T$  (extensión de la jornada laboral),

Entonces, del gráfico anterior, y suponiendo que  $T = T_0 = 6$  horas de trabajo social, podemos obtener, a partir de la ecuación  $T' = M_0/n$ , el gráfico siguiente ( $M_0$  es la masa global de plustrabajo - medida en horas de trabajo social - por jornada laboral):

**Gráfico 3**



Donde - según los datos del ejemplo-  $M_0$  representa una masa de plustrabajo de 300 horas por jornada laboral. Así, una disminución en  $n$  se puede compensar por el aumento proporcional en el grado de explotación de la fuerza de trabajo. Por tanto, a partir de (4) se obtiene

$$(7) \quad P = f_0 \cdot (T'/T_0) \cdot n = f_0 \cdot (T' \cdot n)/T_0 = A \cdot (T' \cdot n)$$

donde  $A = f_0/T_0$ , es una constante,

y queda claro que - bajo condiciones de subsunción formal, con  $f$  y  $T$  constantes- la masa de plusvalor no depende solamente de  $n$ , sino de  $(n \cdot T')$ , el flujo de trabajo explotable por el capital o, dicho de otra manera, dentro de ciertos límites, el flujo de trabajo explotable por el capital es independiente del número de fuerzas de trabajo, en la medida en que el capital pueda aumentar el grado de explotación de la misma

y también la masa del plusvalor- a través de aumentos en la extensión de la jornada laboral<sup>9</sup>.

Las derivadas parciales de la expresión (7) son:

$$(8) \quad \frac{\delta P}{\delta n} = A \cdot T'$$

$$(9) \quad \frac{\delta P}{\delta T'} = A \cdot n$$

Lo que indica que el efecto sobre  $P$  de un pequeño cambio en  $n$  depende de cómo la jornada laboral se divida en tiempo necesario y tiempo de plustrabajo; y que el efecto sobre  $P$  de un pequeño cambio en  $T'$  depende del número de unidades de fuerza de trabajo que son empleadas en el proceso de trabajo. Ambas derivadas parciales tienen pleno sentido económico, pues bajo las condiciones supuestas es perfectamente posible que un aumento en la masa de plusvalor se produzca, ya sea aumentando  $T'$ , manteniendo  $n$  constante; o aumentando  $n$ , manteniendo  $T'$  constante<sup>10</sup>.

El efecto sobre  $P$  de un cambio conjunto en  $n$  y  $T'$  lo podemos expresar a través del diferencial total:

$$(10) \quad dP = \frac{\delta P}{\delta n} \cdot dn + \frac{\delta P}{\delta T'} \cdot dT'$$

$$= A \cdot T' \cdot dn + A \cdot n \cdot dT'$$

$$= A \cdot (T' \cdot dn + n \cdot dT')$$

Si además recordamos que la extensión de la jornada laboral ( $JL$ ) se puede dividir en dos partes, a saber:

$$JL = T' + T$$

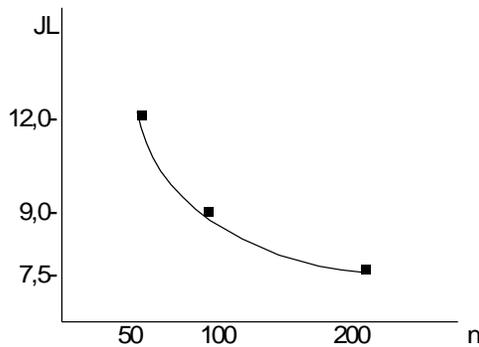
Entonces podemos obtener el siguiente gráfico, que relaciona las distintas combinaciones en la extensión de la jornada laboral y el número de fuerzas de trabajo explotadas con las que podría

<sup>9</sup> Como es obvio, podemos también denominar a  $(n \cdot T')$ , masa de plustrabajo por jornada laboral.

<sup>10</sup> No es posible decir lo mismo de los conceptos neoclásicos "productividad marginal del capital" y "productividad marginal del trabajo", pues realmente hay que forzar la imaginación para suponer que un aumento en el "factor trabajo" pueda aumentar la producción (de valores de uso), manteniéndose constante la cantidad del "factor capital": ¿acaso los nuevos trabajadores no requerirán instrumentos de trabajo y materias primas adicionales?. El concepto matemático pertinente es entonces, el de derivada total.

obtenerse una misma masa de plusvalor de \$50 (masa de plusvalor de 300 horas).

**Gráfico 4**



**Sustitución entre JL y n dado  $M = M_0$**

Como se desprende claramente de los gráficos 3 y 4, en condiciones inalteradas de productividad del trabajo ( $T = T_0$ ) la única vía que permite reducir la extensión de la jornada laboral sin disminuir la masa de plusvalor y plusvalor que se puede obtener en un período determinado de tiempo es, aumentando n, es decir, aumentando el volumen de la población asalariada de que dispone el capital.

Antes de la revolución industrial el capital contaba básicamente, solo con estos dos factores para producir de forma sistemática plusvalor (absoluto): aumentando n y T', es decir, ampliando el volumen de la población asalariada disponible (proletarización) y extendiendo la jornada laboral (la que llegó al extremo de 18 horas). Ambos factores han estado presentes en todos los procesos de acumulación originaria, cuando el capital debe operar sobre una base técnica dada. Gráficamente, aumentos simultáneos en n y T' se expresan mediante desplazamientos de la curva hacia la derecha, tal como se indica en la curva a trazos del gráfico 2.

También queda claro que una reducción en el número de fuerzas de trabajo ocupadas es compensable, *hasta cierto límite*, por la prolongación proporcional de la jornada laboral, a lo que efectivamente tenderá el capital en períodos de crisis, cuando debe constreñir el volumen de la fuerza de trabajo empleada. Podemos enunciar así la siguiente.

**Segunda Ley**

*"El límite absoluto de la jornada laboral media, que por naturaleza será siempre de menos de 24 horas, constituye una barrera absoluta para compensar la reducción del capital variable aumentando la tasa del plusvalor, o la restricción del*

*número de obreros explotados aumentando el grado de explotación de la fuerza de trabajo"* (ibid, p.340).

Para aclarar lo expresado por Marx, regresemos a la ecuación (6):

$$p = P_0/V$$

dicha ecuación satisface (es solución de) la ecuación diferencial de primer orden

$$(11) \quad V \cdot \frac{dp}{dV} + p = 0 \iff \frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V} \iff \frac{dp}{dV} \cdot \frac{V}{p} = -1$$

lo cual expresa que, la elasticidad de la ecuación (6) es constante e igual a 1 (en valor absoluto) a lo largo de toda la curva definida<sup>11</sup>.

Lo anterior implica -como lo adelanta Marx- que, cambios relativos en p deben ocurrir conjuntamente con cambios relativos en V de igual magnitud, pero de signo contrario, para que nos mantengamos en una misma curva (masa de plusvalor de magnitud dada). Como mencionamos antes, entre p y V existe una relación de dependencia inversamente proporcional. Por otra parte, si aumentan n y V, pero no proporcionalmente a una disminución en p, la masa de plusvalor disminuirá.

Así, dentro de ciertos límites -como advierte Marx-, es posible compensar (sustituir) disminuciones (aumentos) en p (y por tanto en T' y en JL) con aumentos (disminuciones) proporcionales en V, sin alterar la masa de plusvalor que se obtiene. Estos límites vienen dados, por un lado (en el eje de ordenadas), por la extensión máxima de la jornada de trabajo, determinación que involucra factores históricos y sociales y suele ser incluso sancionado por la legislación laboral en cada país; y por otra parte (en el eje de abcisas), por la suma máxima de capital dinerario a que tiene acceso todo capitalista individual, o del capital social en su conjunto, lo que impone una restricción a la reducción en p que puede compensarse con aumentos en V.

Interesa además observar la derivada de la ecuación (6), la cual resulta ser:

$$(12) \quad \frac{dp}{dV} = -\frac{P}{V^2}$$

<sup>11</sup>La elasticidad es el cociente entre la variación proporcional de una variable y la variación proporcional de otra. En términos de cálculo, si y(x) es cualquier función de cualquier variable x; la elasticidad de y con respecto a x se define como:  $\epsilon = (x/y) \cdot (dy/dx)$ .

lo cual indica que disminuciones sucesivas en  $p$  de igual magnitud (en términos absolutos) requieren aumentos en  $V$  de magnitud creciente a fin de mantener una misma masa de plusvalor.

Por ejemplo, partiendo de  $p = 1$  y  $V = \$50$  tenemos, para  $P_0 = \$50$ , las siguientes posibilidades:

$p$	$-\Delta p$	$+\Delta V$	$V$	$ \Delta p/\Delta V $
1.0	-	-	50.0	-
0.9	0.1	5.5	55.5	0.0180
0.8	0.1	7.0	62.5	0.0140
0.7	0.1	8.9	71.4	0.0110
0.6	0.1	11.9	83.3	0.0084
0.5	0.1	16.7	100.0	0.0059

Este resultado no es advertido por Marx, pero tiene una importancia práctica significativa, pues indica que para un nivel dado en las fuerzas productivas del trabajo social, disminuciones en  $p$  (y en  $JL$ ) que no impliquen disminuciones en  $P$  (la base de la acumulación capitalista) deben acompañarse con *aumentos crecientes* en  $V$  (y en  $n$ ), es decir, tanto en la población asalariada como en la disponibilidad de capital dinerario; siendo efectivamente ambos factores de crucial importancia *en todo proceso de acumulación*, por lo que se requiere que estén presentes en forma simultánea, tal como lo sostiene la teoría marxiana de la "acumulación originaria". Dicho de otra manera: por cada minuto de jornada laboral que pierda el capital, deberá incrementar la magnitud de  $V$  en una magnitud siempre creciente, si se pretende mantener, al menos, un mismo volumen de  $P$  (ceteris paribus).

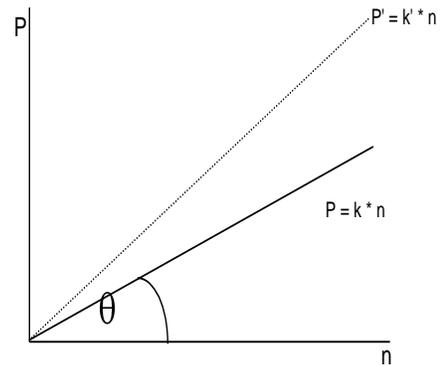
Podemos ahora enunciar la siguiente

### Tercera Ley

*"dados la tasa del plusvalor y el valor de la fuerza de trabajo, las masas del plusvalor producido estarán en relación directa a las magnitudes del capital adelantado"* (ibid,p.371)

Podemos asumir esta "tercera ley" como un teorema y representarla gráficamente como sigue:

Gráfico 5



### Relación entre $P$ y $n$

Donde  $k = p \cdot f = \tan(\theta)$  ( $k$  es el plusvalor por jornada laboral y por unidad de fuerza de trabajo explotada).

Este teorema ("tercera ley") se cumple, si y solamente si, la siguiente igualdad es válida.

$$\frac{dP}{dn} = \frac{P}{n}$$

lo cual es obvio en este caso:

$$\frac{dP}{dn} = \frac{d(k \cdot n)}{dn} = k = p \cdot f = \frac{P \cdot f}{V} = \frac{f \cdot P}{V \cdot n}$$

Además, y asumiendo  $p$  constante, se cumple la siguiente condición:

$$\frac{dP}{P} = \frac{dn}{n}$$

Para su demostración partimos de la ecuación (1):

$$P = p \cdot V = p \cdot f \cdot n$$

aplicando el diferencial:

$$dP = p \cdot f \cdot dn, \text{ pues } p \text{ y } f \text{ las asumimos constantes}$$

dividiendo entre  $P$ :

$$\frac{dP}{P} = \frac{1}{V} \cdot f \cdot dn$$

Obteniéndose finalmente:

$$\frac{dP}{P} = \frac{dn}{n}$$

Además, si dividimos ambas expresiones entre dt (diferencial con respecto al tiempo), obtenemos

$$(13) \frac{dP}{dt} \cdot \frac{1}{P} = \frac{dn}{dt} \cdot \frac{1}{n}$$

#### 4. DE LAS CONTRADICCIONES DE LA SUBSUNCIÓN FORMAL A LA ENDOGENIZACIÓN DE LAS FUERZAS PRODUCTIVAS Y DEL CRECIMIENTO DE LA POBLACIÓN

La fórmula anterior nos indica que, en condiciones de productividad del trabajo constante (tal como suponemos para "aislar" el estudio de la categoría del plusvalor absoluto) **la tasa de crecimiento temporal de P tiene como límite el nivel de la tasa de crecimiento en la población asalariada**, lo cual advierte claramente sobre la necesidad del capital de reproducir en escala ampliada la transformación de la fuerza de trabajo en mercancía; sobre todo cuando efectivamente el capital se ve limitado a operar sobre una base técnica dada<sup>12</sup>.

En general, bajo condiciones de subsunción formal, la magnitud de la riqueza producida aparece en relación directa al número de trabajadores empleados; acrecentar la riqueza, en consecuencia, implica incrementar el número de trabajadores asalariados<sup>13</sup>. El capital se ve así limitado en su proceso de crecimiento por la magnitud absoluta de la población asalariada, o si se quiere, por la vigencia de una ley de crecimiento natural de la población que le resulta inadecuada a su expansión. Si la población crece a una tasa de r% anual y la fuerza de trabajo se incrementa en esa misma proporción, el capital está forzado a ceñirse a esos límites, a menos que pueda seguir aumentando la extensión de la jornada laboral, lo cual sólo ocurre de forma sistemática en las etapas iniciales del desarrollo capitalista, cuando ni la clase

asalariada ni el Estado pueden poner coto a la sed de plusvalor absoluto por parte del capital.

*"El crecimiento de la población configura...el límite matemático para la producción de plusvalor por el capital total social. Y a la inversa. Estando dada la magnitud de la población, ese límite lo configura la prolongación posible de la jornada laboral. Se verá...que esa ley solo rige para la forma del plusvalor analizada hasta aquí [plusvalor absoluto]"*. (ibid ,p.373)

Así, en la medida en que P, la masa de plusvalor, es la base del proceso de acumulación, los factores que inciden sobre este proceso y que definen su ritmo y nivel son, en condiciones de productividad del trabajo constante:

1. la prolongación de la jornada laboral<sup>14</sup>, y
2. el crecimiento de la población asalariada.

Ambos factores configuran lo que hemos llamado, el flujo de trabajo explotable por el capital: ( $n \cdot T'$ ).

Como se ha indicado repetidamente, en condiciones de subsunción formal, la productividad del trabajo la suponemos constante. El principal indicador del crecimiento en las fuerzas productivas del trabajo social es la composición del capital:

$$\sigma = C/V$$

que es la proporción en que el valor de capital se divide en capital constante, o valor de los medios de producción, y capital variable o valor de la fuerza de trabajo.

El diferencial de  $\sigma$  viene dado por la expresión

$$d\sigma = \frac{(V \cdot dC - C \cdot dV)}{V^2}$$

Y como en las condiciones supuestas  $d\sigma = 0$ , entonces resulta

$$dC/C = dV/V$$

<sup>12</sup>En condiciones de subdesarrollo capitalista la penetración de enclaves industriales con niveles de productividad muy superiores al promedio puede impedir que este proceso de ampliación del trabajo asalariado se lleve a cabo en la forma prevista por Marx, por lo que la relación de capital, aunque dominante, subsiste por períodos prolongados con otras formas productivas no capitalistas.

<sup>13</sup>De esta forma, queda claro que el resultado básico del modelo neoclásico de crecimiento (en el largo plazo, la tasa de crecimiento del producto depende exclusivamente de la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo) es, en términos generales, válido solo bajo condiciones de subsunción formal.

<sup>14</sup>Para simplificar, o debido al nivel de análisis de acuerdo al objeto de estudio, estamos dejando de lado otros factores que también inciden sobre el grado de explotación de la fuerza de trabajo, además de la extensión de la jornada laboral, a saber: cambios en la intensidad del trabajo, cambios en el valor del dinero (inflación), pago de la fuerza de trabajo por debajo de su valor y, grado de productividad del trabajo social. Este último deberá ser explícitamente considerado en el análisis del plusvalor relativo.

o dividiendo entre dt:

$$\frac{dC}{dt} \cdot \frac{1}{C} = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{V}$$

es decir, las tasas instantáneas de cambio en el valor de los medios de producción y de la fuerza de trabajo son idénticas. Además, y a partir de la "Tercera ley" arriba expuesta tenemos:

$$dV/V = dP/P = dn/n$$

Por lo que:

"...cabe la posibilidad de que las necesidades de acumulación del capital sobrepujen el acrecentamiento de la fuerza de trabajo..., y de que la demanda de obreros supere su oferta, a raíz de lo cual los salarios pueden aumentar. Esto, incluso, tiene finalmente que ocurrir cuando el supuesto enunciado más arriba perdura de manera inalterada [ $d\sigma = 0$ ]. Como cada año se da ocupación a más obreros que el año precedente, tarde o temprano tiene que alcanzarse el punto en que las necesidades de la acumulación comiencen a sobrepasar la oferta habitual de trabajo, en cuyo caso se produce el aumento de los salarios" (ibid, T.I, Vol.3, p.760).

Recordemos que dado  $T' = T'_0$  (constante),  $dn/n$  representa en realidad el límite de expansión del proceso de valorización-acumulación, por lo que diversas condiciones relacionadas con el acicate de la ganancia -apertura de nuevos mercados, desarrollo de nuevas esferas de inversión, variaciones en la proporción en que el plusvalor se divide en capital y rédito, etc., pueden exigir la ampliación de la escala de la acumulación, lo cual choca con el ritmo de aumento dado (puramente demográfico) en la población asalariada. De modo que tendríamos

$$dV/V > dn/n :$$

la demanda de fuerza de trabajo crece más rápidamente que su oferta, por lo que surge la posibilidad de que el salario ( $w$ ) supere el valor (precio) de la fuerza de trabajo ( $w > f$ ).

Pero dados ciertos límites para la extensión de la jornada de trabajo (en el caso extremo  $JL = JL_0$ ), la tendencia de los salarios a aumentar es al mismo tiempo la tendencia a reducir el tiempo de plustrabajo ( $T'$ ) y la tasa de plusvalor ( $p$ ), por lo que la acumulación genera también en este caso una tendencia a la crisis; la cual surge, en última instancia, del escaso desarrollo de las fuerzas

productivas, dadas las relaciones de producción imperantes, es decir, capitalistas.

Al provocar una caída en la demanda de fuerza de trabajo, y por tanto también, en el nivel de los salarios, la crisis aparece al mismo tiempo como solución al embotamiento de la acumulación. Pero, ¿es esta una solución definitiva?

En las condiciones supuestas, la reducción en el ritmo de expansión de la demanda de fuerza de trabajo implica también una contracción en la magnitud del capital en funcionamiento, y un retroceso en el nivel alcanzado por la acumulación. El nuevo punto de partida creado por la crisis puede ser rápidamente superado por el avance de la producción, por lo que la única forma de evolución posible es aquella que toma lugar de crisis en crisis, donde la reproducción en escala ampliada adquiere un ritmo sumamente lento y constantemente perturbado.

La contradicción señalada - el límite demográfico a que es constreñido el proceso de acumulación bajo condiciones de subsunción formal-sólo puede ser superada mediante el abandono de los supuestos mismos sobre los que el capital funciona bajo la subsunción formal y por la creación correspondiente de *condiciones nuevas*. La propia dinámica de la relación de capital empuja a esa búsqueda, dándose un doble resultado que lo hace posible: el capital, por un lado, impulsa el desarrollo de las fuerzas productivas, generando un modo técnico que es su creación específica (modo de producción "específicamente capitalista), gracias a lo cual el crecimiento de la productividad adopta la forma de un movimiento constante y endógeno, abriendo paso a la época de la subsunción real y a los distintos métodos de creación de plusvalor relativo. Por otro lado, y como parte y resultado de este mismo movimiento, se genera un proceso de repulsión-atracción de trabajadores, donde la expulsión tiende a ganar terreno en la medida en que la acumulación procede. Gracias a ello la producción capitalista se libera de barreras naturales y demográficas, y genera su propia ley de población. En términos "modernos", tanto el progreso técnico como el crecimiento de la población dejan de ser exógenos al movimiento del capital, siendo necesario analizar la endogeneización de tales variables, lo que aquí es considerado como un impulso que genera el propio capitalismo como parte del proceso que lo libera de la camisa de fuerza de la subsunción formal. Dentro del marco teórico de Marx, las teorías del plusvalor relativo y del proceso de acumulación representan la respuesta a estos dilemas.

**BIBLIOGRAFIA**

Marx, Karl. **El Capital. Crítica de la Economía Política.** Siglo XXI Editores S.A.; México, 1981

Figueroa, Víctor. **Reinterpretando el Subdesarrollo.** Siglo XXI editores, México, 1986.

Zill, Dennis. **Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones.** Grupo Editorial Iberoamérica; México, 1988