EL ARGUMENTO DE LA INDISPENSABILIDAD Y EL FICCIONALISMO DE BALAGUER

Dr. Max Fernández de Castro T.
Prof. U. A. M. I.

Recibido: noviembre 2008 • Aceptado: enero 2009

Resumen
En este artículo se analizan principalmente dos objeciones que Balaguer dirige contra el argumento de la indispensabilidad de Quine y Putnam. En la primera parte expongo este argumento en el marco de la filosofía quineana y clasifico en tres grandes categorías las objeciones que se le han hecho, una de las cuales da pie al ficcionalismo. En la siguiente sección reviso la forma particular que esta corriente toma en la obra de Balaguer y concluyo que deja importantes cuestiones relativas a la aplicabilidad de las matemáticas sin respuesta, pero que podría resolver esta cuestión adoptando algunas de las premisas de su adversario. Al final sopeso otra objeción de Balaguer al argumento de la indispensabilidad y concluyo que, aunque grave, no es concluyente.
Palabras clave: Indispensabilidad, Quine, Putnam.

Abstract
My main purpose in this article consist in analyzing two objections, thrown by Balaguer against Quine`s and Putnam`s indispensability argument. First I present the argument, under Quine`s philosophical framework, and classify objections against it in three main categories, one of them leading to fictionalism. The next section contains a revision about the particular form this philosophical current acquires in Balaguer`s works, to conclude by mentioning the relevant issues left unsolved, concerning the applicability of mathematics. Also mentioned is how this objection could be solved, adopting some of his adversaries premises. At the end I considerer a further objection presented by Balaguer to the indispensability argument, noting, to conclude, that although serious, nonetheless it is not conclusive.
Key words: Indispensability, Quine, Putnam.

I. Introducción

Se suele caracterizar el problema del conocimiento matemático aludiendo al clásico dilema que Benacerraf planteó en contra del platonismo y que consiste en mostrar que las respuestas a las preguntas

a) ¿de qué trata esa disciplina? Y

b) ¿cómo tenemos conocimiento de ella?

se contraponen. La respuesta a la primera, si suponemos que la semántica de los enunciados matemáticos es análoga a la de los enunciados del lenguaje ordinario, es que las matemáticas tratan de objetos como los números, los poliedros, los espacios vectoriales, etc., los cuales, según la ciencia misma, no son ni temporales ni espaciales, ni forman parte de ninguna cadena causal. Por otro lado, Gettier sugirió en 1963 que para tener un agente A conocimiento de que P, los factores que hacen a P verdadera deben tener alguna relación causal con las razones por las que A cree P. La conclusión de Benacerraf es que para explicar el conocimiento matemático debemos renunciar al platonismo (según el cual hay objetos matemáticos independientes de nuestras facultades cognitivas) o bien mostrar que las semánticas del lenguaje ordinario y del lenguaje matemático no son similares. Aunque la teoría causal del conocimiento cayó en desuso, el problema de Benacerraf le sobrevivió. El dilema se plantea ahora en el marco del naturalismo: si, como nos indica la ciencia, el hombre es una criatura acotada al espacio-tiempo, ¿cómo puede tener conocimiento de objetos abstractos?

Podría fácilmente pensarse que una vía de solución se halla atendiendo al hecho de que el matemático no considera una proposición como verdadera hasta que tiene una prueba de ella, así es que todo radica en cómo entendamos la demostración. Sin embargo, hay una dificultad previa. La prueba sólo muestra que cierta proposición es consecuencia de los axiomas de la teoría y el problema se traslada ahora a las cuestiones de qué es el conocimiento lógico y de cómo conocemos los axiomas.

Tres formas de responder al reto de Benacerraf han tenido pocas secuelas y no serán objeto de nuestro estudio. La primera es la de Gödel, según la cual el hombre no es un ser acotado al espacio-tiempo sino que posee una facultad que le permite un contacto directo con los objetos abstractos, similar al que la percepción sensible nos otorga de las cosas ordinarias que nos rodean. La segunda es la de la primera época de P. Maddy y supone que ciertos objetos matemáticos (algunos conjuntos impuros) forman parte de nuestro mundo sensible. La tercera es el racionalismo (por ejemplo, el de Katz) que renuncia a la restricción impuesta por el naturalismo.

Otras formas de responder al problema de Benacerraf no suponen que tengamos contacto con objetos abstractos. Una de ellas, aunque pertenecientes a diversas escuelas, se basa el en el principio de que los objetos caracterizados por los axiomas de una teoría consistente existen. Por vez primera formulado explícitamente por Hilbert, en su controversia con Frege, este principio subyace al platonismo y al ficcionalismo defendidos por Balaguer (1998: 5) y al estructuralismo de S. Shapiro (1997: 118 y 105), entre otros. Si los objetos definidos por los axiomas de una teoría consistente existen, entonces son, por supuesto, como la teoría nos dice que son. Así podríamos superar el aludido dilema siempre y cuando pudiésemos definir o caracterizar la consistencia lógica de tal manera que el conocimiento de que una teoría es consistente no involucre, a su vez, ningún conocimiento de objetos abstractos. Esta última cuestión es más general, pues incumbe no sólo a los partidarios de dicho principio, sino a ciertos nominalistas y ficcionalistas que reducen el conocimiento matemático a conocimiento lógico. No entraremos en la cuestión de qué tan sólida es esta postura.

En lo que sigue nos concentraremos en otra posible forma de resolver el problema escéptico que Benacerraf plantea al realismo y que tampoco supone ninguna forma de contacto entre la mente y las entidades matemáticas. Me refiero al argumento de la indispensabilidad de Quine-Putnam que ha sido muy atendido en la literatura reciente y según el cual debemos creer en las entidades matemáticas porque su postulación resulta indispensable a nuestra mejor teoría del mundo. En la primera parte de este ensayo trataré de mostrar la fortaleza de este argumento en el marco de la filosofía quineana y pondré de manifiesto algunos de sus supuestos. En la misma sección, clasificaré en tres grandes categorías las objeciones que se han propuesto contra el argumento de la indispensabilidad, para concentrarme en lo sucesivo en la tercera de ellas. La última de estas críticas da pie al ficcionalismo en filosofía de las matemáticas y, en la segunda sección, expondré a uno de sus principales representantes, a saber, Balaguer. Más adelante sopesaré las propuestas de este autor para concluir que deja importantes cuestiones relativas a la aplicabilidad de las matemáticas sin respuesta, pero que, en ello, no está en desventaja frente a Quine y Putnam. Finalizaré analizando otra objeción de Balaguer al argumento de la indispensabilidad y concluiré que esta objeción, aunque grave, no es concluyente.

II. El argumento de la indispensabilidad en el marco de la filosofía quineana

Contra Carnap, quien suponía que un discurso científico puede referirse a objetos abstractos sin, por ello, contraer compromisos ontológicos; Quine cree, con mayor claridad a partir de su rechazo a la distinción analítico-sintético, que no hay discurso no trivial que sea inocente desde el punto de vista ontológico. ¿Qué compromisos ontológicos conlleva la adopción de una teoría? La respuesta es el criterio ontológico, las primeras formulaciones del cual parecen muy convincentes: "Para mostrar que una teoría supone un objeto dado u objetos de una clase dada, debemos mostrar que esta teoría sería falsa si este objeto no existiera o si esta clase estuviera vacía". O bien: "los objetos requeridos por una teoría son los objetos de los cuales ciertos predicados tienen que ser verdaderos para que esta teoría sea verdadera" (Quine; 1977: 111). Sin embargo, en versiones más refinadas el criterio ontológico está ligado a cierta concepción de la relación entre la lógica y el lenguaje ordinario, que, a veces, suele pasarse por alto. Una manera de formular el criterio ontológico es la siguiente. Para conocer los compromisos ontológicos de una teoría T hay que:

1) traducirla al lenguaje estándar (lenguaje del cálculo de predicados de primer orden con identidad, y con un número finito de predicados propios, pero sin constantes individuales). Sea T' el resulta de esta operación.
2) los compromisos ontológicos de T' son las entidades que deben ser contadas entre los valores de las variables de T' para que los enunciados de T' sean verdaderos.
3) los compromisos ontológicos de T (relativos a la traducción dada) coinciden con los de T'.

Es decir, el criterio ontológico se aplica directamente a una teoría en lenguaje estándar y sólo indirectamente (vía una traducción) a otro tipo de teorías.

Este criterio es, en parte, el resultado de una convención y, en parte, producto de la convicción de Quine de que el cuantificador existencial de primer orden es básicamente una simple paráfrasis de las expresiones 'hay' o 'existe' como son empleadas en el lenguaje ordinario (Fernández de Castro; 2003). ¿Por qué entonces digo que es, en parte, convencional? Porque es el resultado de una operación que Quine llama "análisis" y Carnap "explicación", a saber, la sustitución de una noción vaga en el lenguaje ordinario por un concepto preciso, utilizable en la ciencia, y que rescata parcialmente los usos de la noción originaria. En este caso, los compromisos ontológicos de una teoría T son relativos a la traducción de T al lenguaje estándar, traducción que puede ser puesta en cuestión por el proponente de T. Es curioso cómo el criterio ontológico ha sido aplicado directamente a teorías cuyo lenguaje no es estándar[1].

El criterio ontológico es uno de los elementos del argumento de la indispensabilidad. Decimos que ciertos objetos matemáticos existen porque su postulación es indispensable a nuestra mejor teoría del mundo, es decir, porque forman parte de los compromisos ontológicos de esta teoría. Poner en duda la corrección del criterio ontológico nos llevaría, por tanto, a cuestionar el argumento de la indispensabilidad. Un cierto tipo de objeciones a este argumento se caracteriza por proponer que la teoría T' a la que hace alusión 2) no tiene por qué estar en forma estándar sino que debe ser de algún otro tipo o que la segunda cláusula debe ser modificada de alguna forma. No examinaremos esta primera posibilidad.

Podemos en muy breve espacio condensar los principales elementos de la filosofía de las matemáticas de Quine. Este autor propone un modelo de la evolución, de la estructura y de la organización del lenguaje científico, según el cual éste es una red muy grande de enunciados situados entre un núcleo central y una periferia. Esta red está directamente confrontada a la experiencia por su periferia solamente. El afrontamiento con la experiencia repercute al interior del cuerpo de una manera que no está determinada de antemano. En efecto, el científico puede reaccionar de diferentes maneras cuando una predicción no se

1 Por ejemplo, para determinar los compromiso ontológicos de un teoría que usa operadores modales.

encuentra confirmada por los datos empíricos. Puede suponer que ha sufrido una alucinación o alterar su lógica o seguir un gran número de pasos intermedios. Es decir, no es un enunciado específico el que está siendo puesto a prueba, sino un conjunto grande de enunciados que combinados producen una predicción empírica.

En el corazón del cuerpo científico, se encuentran los enunciados a los cuales los investigadores renunciarían con la mayor reticencia, pues estos enunciados son empleados en muchos dominios y su destitución implicaría un trabajo enorme de revisión. Entre ellos están los enunciados lógicos y matemáticos, que de esta manera, reciben confirmación empírica con cada previsión exitosa del cuerpo científico. Es decir, que un enunciado matemático nos parezca necesario es el resultado de nuestra reticencia a renunciar a él, reticencia que Quine explica en términos del principio de mutilación mínima. De esta manera, explica también la atribución de necesidad a los enunciados lógicos y matemáticos. Las matemáticas tienen un elemento *a priori* pero, en ello, se comportan al igual que otras ciencias. Así la separación que tradicionalmente se hacía entre ciencias empírica y matemáticas queda borrada en el seno de la filosofía quineana. Este holismo confirmacional más el naturalismo de Quine (*grosso modo*, la convicción de que la respuesta a nuestras cuestiones ontológicas se encuentra únicamente en la ciencia) subyacen al argumento de la indispensabilidad (Colyvan, 2001: Cap. 2). En efecto, busquemos en la ciencia la respuesta a qué hay en el mundo, pero ¿por qué no limitar el compromiso ontológico a parte de la teoría científica? Porque, según el holismo, toda la ciencia recibe corroboración empírica.

Adviértase que la indispensabilidad aparece dos veces en el cuerpo del argumento: un objeto matemático existe porque su presencia es indispensable en el dominio de variación de las variables de la teoría matemática M para que M sea verdadera y M es indispensable a nuestra mejor teoría del mundo T y, por ello, es considerada verdadera.

Una importante fortaleza del argumento de Quine es que da la misma explicación para nuestra atribución de existencia a los objetos ordinarios:

> Al traer juntos eventos sensoriales dispersos y tratarlos como percepción de un solo objeto, reducimos la complejidad de nuestro flujo sensorial a una simplicidad conceptual manejable (...) asociamos diferentes datos de

> los sentidos con la misma moneda, o con dos distintas (…) en obediencia a las demandas de máxima simplicidad en nuestra representación total del mundo (Quine; 1948:17).

Tanto de las cosas ordinarias, como de los átomos o de los objetos matemáticos decimos que existen, porque postularlos simplifica el flujo de nuestra experiencia sensorial, es decir, porque forman parte de nuestra mejor teoría del mundo. Son mitos o postulaciones, pero no tendríamos ninguna razón para negar la realidad de átomos o conjuntos mientras aceptamos la de la silla sobre la que estamos sentados. Una forma equivalente de expresar esta tesis es decir que sólo existen los objetos postulados por nuestra mejor teoría del mundo. Y este es un elemento central en la filosofía quintana.

La segunda estrategia contra el argumento de la indispensabilidad consistirá en mostrar que las matemáticas no son indispensables a nuestra mejor teoría del mundo. Es el camino seguido por Field (1980) y del que no nos ocuparemos aquí.

El tercer tipo de objeciones proviene de otro supuesto del argumento de la indispensabilidad implícito en la palabra ‘compromiso’. Recordemos que Carnap aceptaba, no sin reticencia, hablar de la ontología de una teoría T para referirse al dominio de variación de las variables de T, pero usando ‘ontología’ como un término técnico. En contraste, Quine piensa que quien defiende una teoría se compromete irremediablemente a sostener sus compromisos ontológicos. El ficcionalismo del que aquí será cuestión nace de poner en cuestión el supuesto de que la indispensabilidad de una teoría implica su verdad. Desde luego, Field sostuvo que la matemática es una ficción, pero no lo hizo siguiendo esta vía. Me concentraré en una de ficcionalismo que surge del postulado de que tal vez las matemáticas sean indispensables a nuestra mejor teoría del mundo, pero que no tenemos por qué considerarlas como verdaderas y, por tanto, no debemos tomar con el mismo grado de seriedad todos los compromisos ontológicos en que ésta incurre.

III. El ficcionalismo de Balaguer

Balaguer sostiene (Balaguer, 1998) que hay una forma de platonismo (el radical) y una forma de antiplatonismo (el ficcionalismo), que a diferencia de todas las demás posturas que puedan clasificarse bajo estos dos rubros, sobreviven a todos los ataques posibles y que no hay "fact of the matter" que decida entre ellas.

Según Balaguer, el ficcionalismo difiere de otras versiones de antiplatonismo, y ésta una de sus mayores virtudes, en que toma los enunciados y teorías matemáticas literalmente (*at face value*), como lo hace el platónico (Balaguer, 1998: 12). Es decir, concuerdan ficcionalistas y platónicos en que el enunciado '3 es primo' es acerca de números – y acuerdan también en que si hubiera tal cosa como el número 3 sería un objeto abstracto, pero difieren en que el ficcionalista no cree que exista el número 3 ni que '3 es primo' sea verdadera. De hecho, Balaguer defenderá que '3 es primo' es falsa (pero lo esencial es que no sea verdadera). Adviértase entonces que el ficcionalismo rechaza la segunda posibilidad en el dilema de Benacerraf, pues propone que la semántica del lenguaje ordinario es la misma que la del lenguaje matemático.

Ahora bien, ¿qué distingue a '2+1=3' de '2+1=4'? Que '2+1=3' es parte de una bien conocida historia (*story*). Ni '2+1=3' ni '2+1=4' son verdaderas *simpliciter*.

> Hay otro predicado – a saber 'es verdadero en la historia de las matemáticas' - que se aplica '1+2=3' pero no a '1+2=4' (…) El ficcionalista tiene que explicar por qué nosotros respaldamos (endorse) la bien conocida historia de las matemáticas y no otra (…) Es pragmáticamente útil, estética, y… se amolda bien con nuestro "modo de pensar (Balaguer, 1998: 13).

Más que mostrar que el ficcionalismo es la forma superior de antiplatonismo, nuestro autor pasa revista (Balaguer, 1998 secciones 4 y 5 del capítulo 5) a cada una de las formas que pueden agruparse bajo esta clasificación para mostrar, que o bien encaran dificultades que el ficcionalista no tiene, o bien, que cuentan con los mismos recursos que el ficcionalista para responder a objeciones concretas.

Por ejemplo, al antiplatonismo realista, es decir el que cree que las matemáticas tratan de objetos concretos, Balaguer opone las muy conocidas objeciones de Frege contra John Stuart Mill. Por otro lado, pongamos por caso el deductivismo. Para el deductivismo '1+1=2' debe leerse como 'Ax P®1 +1=2' o '(AxP®1+1=2)', (donde 'AxP' representa la conjunción de los axiomas de Peano), pero 'AxP' y '1+1=2' no son verdaderas y entonces se presenta el problema (que también tiene el ficcionalista) de cómo es que se aplican las matemáticas. Además, si el deductivista utiliza ese condicional para explicar la aplicabilidad, éste debe ser visto como una realidad antiplatónica y, por lo tanto, el ficcionalista también puede dar la misma explicación. Conclusión: el deductivista no cuenta con recursos que no estén a disposición del ficcionalista.

No entraremos en la defensa que a este respecto hace Balaguer. Lo que importa señalar es que no llega al ficcionalismo por razones pragmáticas o semánticas, como lo hará Yablo, sino por una suerte de eliminación de alternativas. Veamos, en cambio, la forma particular que adopta el realismo de Balaguer y cómo, según este autor, supera el que a su juicio, es el mayor reto impuesto al antiplatonismo, a saber, el de explicar la aplicabilidad de las matemáticas.

Antes que nada, Balaguer asumirá un realismo respecto a la ciencia empírica porque no sería muy relevante para el ficcionalista sostener que las teorías ficcionalistas matemáticas son aplicables a las científicas si éstas también son ficciones (no sería difícil explicar por qué una ficción es aplicable a otra). Por otro lado, no aceptará el realismo científico estándar porque implica la existencia de objetos matemáticos. Su versión particular del realismo científico nominalista está constituida por las siguientes tesis:

1. **El contenido nominalista de la ciencia empírica –es decir lo que la ciencia empírica implica sobre el mundo físico– es verdadero (en general).**
2. **El contenido platónico de la ciencia empírica –esto es, lo que ésta implica "acerca" de un dominio matemático abstracto– es ficticio.**

3. **Más específicamente Balaguer sostendrá que:**
(NC) la ciencia empírica tiene un contenido puramente nominalista que captura una "representación completa" del mundo físico,
(COH) es coherente y sensible mantener que el contenido nominalista de la ciencia empírica es verdadero y el contenido platónico de la misma es ficticio (Balaguer, 1998: 131).

Es decir, Balaguer defenderá que el realismo científico nominalista es coherente (no que es verdadero). Más específicamente, sostendrá que al ficcionalista le bastan (NC)+(COH) para explicar la aplicabilidad de las matemáticas.

Veamos cómo. Recordemos una premisa del argumento de la indispensabilidad de Quine-Putnam: tenemos que aceptar la verdad de las matemáticas, porque nuestras teorías empíricas tienen implicaciones matemáticas y nosotros creemos que esas teorías son verdaderas.

> Pero si (NC)+(PCI) son verdaderas y, por lo tanto, el realismo científico nominalista es sostenible, entonces el hecho de que nuestras teorías empíricas tengan implicaciones matemáticas no muestra que estemos comprometidos a la verdad de las matemáticas porque podemos simplemente sostener que no creemos en las implicaciones matemáticas de la ciencia empírica (Balaguer, 1998: 132).

Aquí tenemos claramente el tipo de ficcionalismo al que hicimos alusión, es decir, uno que acepta (al menos en principio) que las matemáticas son indispensables a nuestra mejor teoría del mundo T, pero no que estemos comprometidos a todos los compromisos ontológicos de T. Sin embargo, podría defenderse que el ficcionalismo de Balaguer obedece al criterio ontológico de Quine, pues lo que sostiene es que los objetos matemáticos no tienen que existir para que nuestra teoría total del mundo sea verdadera. Esta impresión es errónea. Pongamos que nuestra teoría T del mundo puede separarse en una parte matemática M y en la parte puramente nominalista N a que hace referencia (NC). Sea O un objeto matemático que forma parte de los compromisos ontológicos de M. Ahora bien, para que M sea verdadera se requiere que O exista y, por lo tanto, también para que T sea verdadera. Pero Balaguer sostiene que no es necesaria la verdad de M para que N sea verdadera y que, en consecuencia, no estamos comprometidos a la existencia de O para sostener N. Es decir, O debe existir para que M+N sea verdadera, pero M no tiene que ser verdadera para que N lo sea.

Desde luego, Balaguer tiene que defender que el realismo científico nominalista (RCN) es plausible (al menos tanto como el platonismo con el realismo científico estándar).

El argumento en favor de (NC)+(COH) está basado en PCI (no hay objetos matemáticos causalmente eficaces). Asumamos por el momento que los objetos matemáticos son causalmente ineficaces y que la ciencia empírica tiene un contenido puramente nominalista que captura una "representación completa" del mundo físico. Esto sugiere, según Balaguer, COH. Su argumento es el siguiente: "si todos los objetos del dominio matemático desparecieran súbitamente, nada cambiaría en el mundo físico. Así, si la ciencia empírica es verdadera ahora, entonces el contenido nominalista permanecerá verdadero, aún si el dominio matemático desapareciera." (Idem) Pero PCI también sostiene NC. El argumento es el siguiente:

> La ciencia empírica sabe, por así decirlo, que los objetos matemáticos son causalmente inertes. Es decir, no asigna ningún rol causal a ninguna entidad matemática. Así parece que la ciencia empírica predice que el comportamiento del mundo físico no es dependiente en ningún modo de objetos matemáticos. Pero esto sugiere que lo que la ciencia empírica dice del mundo físico –esto es su representación completa del mundo físico- podría ser verdadero aún si no hay objetos matemáticos. Esto sugiere que (NC) y (COH) son ambas verdaderas (Balaguer, 1998: 133).

En el caso de las matemáticas, el propio Balaguer observa que pueden tener un rol en la representación del mundo físico. Así quien adscribe a un objeto una temperatura de 40 grados está describiendo un fenómeno físico en términos de una analogía con un sistema matemático. Esa descripción sería muy difícil o, muy probablemente, imposible sin recurso a las matemáticas. La replica de Balaguer es muy ilustrativa de su concepción de las matemáticas: si PCI es verdadera, que la temperatura de un cuerpo sea de 40 grados es verdadero en virtud de hechos acerca de ese objeto y de 40 que son enteramente independientes el uno del otro. El hecho descrito por "S tiene 40 grados" superviene en (se reduce a) un hecho puramente físico acerca de S y un hecho platónico acerca de 40.

> Debería ser claro que este argumento puede ser aplicado a toda la ciencia empírica (...) Así, si la ciencia empírica es verdadera entonces su verdad superviene sobre dos hechos enteramente independientes el uno del otro (…) podría ser muy fácil que (a) se de un conjunto de hechos del tipo requerido (…) y (b) no haya tal cosa como objetos abstractos. Pero esto sugiere que la ciencia empírica tiene un contenido nominalista que captura su representación completa del mundo físico (Balaguer, 1998: 134).

La cuestión que Balaguer debe responder es: si los objetos matemáticos son causalmente irrelevantes, según nuestras propias teorías, ¿por qué hablamos de ellos? Su respuesta (Balaguer, 1998: 137) es la tesis siguiente:

(TA) Las teorías científicas usan el discurso de los objetos matemáticos sólo para construir aparatos teóricos (o marcos descriptivos) en los cuales hacer aserciones acerca del mundo.

Con las matemáticas "simplemente hacemos más fácil decir lo que queremos decir del mundo físico" (Idem). Sin embargo, tiene que separar bien su posición de la tesis según la cual las matemáticas sirven únicamente como medios de representación pues de la verdad de esta postura se sigue que las matemáticas pueden ser nominalizadas. Balaguer no quiere sostener algo tan controvertido. De hecho, (TA) es más general que la explicación representacional de la aplicabilidad, pues ésta también nos dice cómo es que la matemática nos hace más fácil decir lo que queremos. Sin embargo, no está muy claro cómo distingue ambas posturas. El sostiene PCI (es decir, la ausencia de los objetos matemáticos en cualquier cadena causal) y con ello que no hay hechos del mundo físico que sean mixtos; es decir, no cree (contra Putnam) que en los hechos del mundo físico estén los elementos empíricos y matemáticos inextricablemente ligados. Defiende, en el ejemplo de la temperatura, que las diversas temperaturas forman una estructura homomórfica a la de los números reales positivos. Pero esto parece apoyar no sólo (TA) sino a la pintura representacional. Balaguer replica (Balaguer, 1998: 139) que la cuestión de si la matemática puede ser eliminada es simplemente irrelevante al punto. Según él, la matemática sólo es, en el mejor de los casos, indispensable a nuestra teoría actual del mundo, pero no a algunas de nuestras teorías ulteriores.

La posición de Balaguer es inestable (aunque no inconsistente). Sabe que la pintura representacional es equivalente a la tesis de que la matemática puede ser nominalizada, desea sostener una pero no comprometerse con la otra. Sin embargo, esta tensión se resolvería si, en lugar de considerar nuestra teoría actual del mundo, tomamos nuestra teoría final. De ella, sí piensa Balaguer que podrá ser nominalizada y eso lo conjetura a partir de PCI.

Ahora bien, ¿cómo (TA) sustenta o hace plausible el nominalismo? Respuesta: Si (TA) es verdadero, las matemáticas son meras ayudas descriptivas y "ayudas descriptivas –o ayudas a nuestras descripciones y nuestro entendimiento– no necesitan ser verdaderas o genuinamente referenciales para ser útiles" (Balaguer, 1998: 140). Alguien podría usar "Animal Farm" para explicar la Revolución Rusa.

Balaguer da otro argumento (Balaguer, 1998: 141) a favor de su ficcionalismo que lo aproxima tanto a Carnap como a Yablo: dice que es de acuerdo con su tesis como entendemos ordinariamente el rol de la matemática en la física. Supongamos que un estudiante objetara ante el uso de los espacios de Hilbert en mecánica cuántica: "yo no creo en los espacios de Hilbert". Su maestro le respondería que ha malentendido el rol que los espacios de Hilbert juegan en la teoría. El maestro diría: "no importa si realmente existen los espacios de Hilbert; los sistemas cuánticos se comportan como yo dije. El contenido nominalista de la historia anterior es verdadero". Y la razón es PCI y TA.

Ahora bien, pasemos al problema central, que según este autor enfrenta a todos los antirrealismos: ¿Cómo puede explicarse que una teoría ficticia tenga aplicaciones al mundo real? La solución de Balaguer consiste en adoptar el siguiente principio: Toda teoría consistente puramente matemática es tan buena como cualquier otra (es una ficción). La explicación es que cualquier situación que se presente en el mundo será modelada por alguna teoría matemática, pues éstas abarcan todas las posibilidades lógicas: "el dominio matemático es tan robusto que provee un aparato para todas las situaciones" (Balaguer, 1998: 143).

IV. La crítica de Colyvan

Recordemos uno de los argumentos de Balaguer. Supongamos que la ciencia puede dividirse en un contenido nominalista N que captura una representación completa del mundo físico y una parte platónica matemática. Puesto que los objetos matemáticos no tienen ningún papel causal, su desaparición no conllevaría ningún cambio en la parte nominalista de la ciencia. Por lo tanto, es coherente suponer que no existen. O, dicho de otra manera, para que N sea verdadera no es indispensable que los objetos matemáticos existan. Por lo tanto, en el marco de la filosofía de Quine, no existen. O, más generalmente, deducir que existen, usando el argumento de la indispensabilidad es incorrecto. Pero Colyvan y Zalta advierten una circularidad en el argumento de Balaguer: “Al menos parte del negocio de la ciencia es describir la realidad. Suponer que la realidad puede ser descrita por el contenido nominalista de las teorías científicas parece un argumento circular contra el platónico” (Colyvan y Zalta, 1999: 34). En efecto, si el platónico tuviera razón, la parte nominalista de la ciencia, N, aunque captura una representación íntegra del mundo físico, no captura una descripción completa del mundo y, por ello, la parte matemática de la ciencia sí es indispensable para que ésta cumpla uno de sus papeles fundamentales. Contrastemos esto con la frase de Balaguer: “el contenido nominalista de la ciencia empírica es todo lo que la ciencia empírica está realmente ‘tratando de decir’ acerca del mundo” (Balaguer, 1998: 141). No, si el platónico tuviera razón, la ciencia está tratando de decir algo más.

Como vimos, de los principios de Balaguer puede concluirse que no tenemos por qué comprometernos con los objetos que una teoría postula, si esta teoría no les asigna ningún rol causal. Este principio es llamado por Colyvan “el principio eleático” y contra él opone un argumento (Colyvan, 2001: Cap. 3) que podemos resumir de la siguiente manera. Si quisiera apoyarse este principio en un argumento inductivo, qué tomar como elemento necesario de la existencia depende también de qué considerar como real y esto, a su vez, de un criterio. Podría sostenerse que es la causalidad el elemento determinante pues si hubiera entidades no causales no tendríamos razones para creer que existen por nuestra falta de interacción con ellas. ¿Propiedades causales a secas o propiedades causales con nosotros?

Lo primero –argumenta Colyvan– no tiene motivación epistemológica y lo segundo conduce a un antropocentrismo injustificado.

En general, Colyvan se opone al intento de reducir el papel de la matemática a ser una mera ayuda en la representación, pero no entraremos en ello por ser demasiado técnico.

V. El problema de la aplicabilidad

Balaguer supone no que el ficcionalismo *tout court* supera todas las objeciones que pueden oponérsele, sino que esto lo hace el ficcionalismo que asume el principio de que toda teoría matemática consistente es igualmente buena (llamemos a este principio FBP'). Así explica la aplicabilidad de teorías ficticias. Una situación real evidentemente es posible, por lo tanto hay una teoría matemática que da cuenta de ella, puesto que la matemática da cabida a toda teoría consistente.

Sin embargo, aquí surgen dos problemas. ¿Cómo explicar que tengamos conocimiento lógico sin que aparezca de nuevo el dilema de Benacerraf? Esta cuestión sí la toma en consideración nuestro autor y veremos qué tan satisfactoria es su respuesta. La segunda cuestión es más grave y Balaguer no le dedica el espacio que amerita. Advirtamos que su propuesta supone un monismo lógico. Debe haber una sola lógica según la cual la consistencia de una teoría garantiza o posibilita su aplicabilidad. Ahora bien, ¿qué lógica es esa? o ¿cómo podemos tener la certeza de que lo que consideramos como la lógica es la opción correcta? Combinemos, además, ambos problemas: ¿Cómo saber que el conocimiento de la lógica correcta no nos conduce al problema de Benacerraf? Analicemos por separado cada cuestión.

La primera dificultad, a saber, cómo explicar que tengamos conocimiento lógico sin que eso implique conocimiento de objetos abstractos es tratada con alguna extensión por Balaguer. En la primera parte de su libro, a propósito del platonismo, afronta por vez primera esta cuestión. Según él, el platonismo que adopta el principio FBP puede superar la objeción de Benacerraf. FBP afirma que todos los objetos matemáticos (lógicamente) posibles existen. Adoptando FBP podemos explicar cómo los seres humanos pudieron adquirir conocimiento de objetos matemáticos abstractos. El argumento, en resumen, es el siguiente: para adquirir conocimiento de objetos matemáticos abstractos todo lo que necesitamos hacer es adquirir conocimiento de que alguna teoría matemática es consistente. Field expone (1989: 26-27) muy claramente esta solución: ¿Cómo alguien sin ningún contacto con una villa nepalesa puede saber lo que allí pasa? La respuesta es sencilla: si todas las villas nepaleses posibles existieran… nos bastaría con el conocimiento de lo que es posible. Lo mismo podría aplicarse al ficcionalismo de Balaguer (como él mismo reconoce). Una situación real es posible y por eso alguna teoría matemática se aplica a ella. Ahora bien Balaguer debe argumentar que los seres humanos pueden –sin entrar en contacto con el dominio matemático– saber que ciertas teorías matemáticas son consistentes. Para ello, desde luego, necesitará una noción antiplatónica de consistencia.

Las propuestas que naturalmente surgen no cumplen ese requisito. Tanto la noción sintáctica de consistencia como su contraparte semántica son platónicas, pues tanto modelos como derivaciones son objetos abstractos. De hecho, Gödel mostró que el conocimiento de la consistencia sintáctica es conocimiento aritmético. Balaguer responde recurriendo a una noción antiplatónica de consistencia. En particular, puede utilizarse la idea sugerida por Kreisel y retomada por Field de que "consistencia" sea un término primitivo. Más precisamente, además de los dos tipos de consistencia mencionados, hay una noción intuitiva de consistencia (no definida en ningún modo platónico). Ninguna de las otras nociones nos provee con una definición, pero ambas nos proveen con información acerca de la extensión de la noción primitiva.

En efecto, hay un argumento a que se ha recurrido muchas veces a favor de la identidad de extensiones de los tres conceptos de consistencia (el sintáctico, el intuitivo y el semántico). Si T es semánticamente consistente, entonces T es intuitivamente consistente. Por otra parte, si T es sintácticamente inconsistente, T es intuitivamente inconsistente. Es decir, si T es consistente intuitivamente, también lo es sintácticamente. Por último, si T es de primer orden, el teorema de completud nos garantiza que la consistencia sintáctica implica la consistencia semántica.

Lo que le falta por hacer a Balaguer es entonces mostrar: a) que es aceptable usar esta noción intuitiva de consistencia, es decir, que es antiplatónica; b) que los FBPistas (o los ficcionalistas) pueden explicar nuestro acceso epistémico a esa noción.

De hecho, no tiene por qué demostrarlo para la noción de Kreisel. Basta con que haya una noción antiplatónica de consistencia que satisfaga b). Pero, arguye Balaguer, este requerimiento no es difícil de cumplir, pues el antiplatónico seguramente tiene alguna noción de consistencia. Aquí surgen dos problemas. El primero es que, en el mejor de los casos, con este argumento el platónico podrá convencer a su antagonista, pero no al agnóstico (que no tiene ninguna noción antiplatónica de consistencia). El segundo es, que mientras defiende el platonismo, nuestro puede autor dejar la carga de la prueba al antiplatónico, pero no ya en la segunda parte de libro que se refiere a este último. Allí tiene que aclararnos qué noción de consistencia está en juego.

Sin embargo, Balaguer cree que puede utilizar la noción de Kreisel, pues como es una noción primitiva, no definida y, por tanto, no definida en términos de objetos abstractos, entonces es antiplatónica. Es fácil reconocer aquí una falacia pues noción primitiva puede ser platónica. Como ejemplo consideremos la noción fregeana de “concepto” que, aunque, indefinida en su sistema, es platónica.

¿Por qué no mejor definir esa noción en términos semánticos? Balaguer no ve qué justificación podría ofrecerse para dar este paso. ¿Por qué no usar el argumento que vimos antes a favor de la coextensividad de las tres nociones? Primeramente, Balaguer (Balaguer, 1998: 71-72) no cree que haya tal coextensividad por tres razones. 1) el argumento no funciona para teorías de orden superior; 2) hay razones para pensar que la noción semántica no proporciona una definición de la noción intuitiva, pues no captura la “esencia” de ésta. Aquí Balaguer recurre a un argumento que atribuye a Field: la teoría que consiste en todas las verdades acerca de conjuntos que son expresables en el lenguaje de la teoría de conjuntos es obviamente consistente, pero no lo es semánticamente, pues un modelo para tal teoría tendría al conjunto de todos los conjuntos como universo. El mismo Balaguer objeta que esta teoría tiene un modelo, pero replica: a) el modelo producido por la prueba no es nada natural, b) el resultado no se extiende a teorías de orden superior y c) el mero hecho de que el resultado no sea trivial, de que requiera prueba, muestra que la noción semántica no captura la esencia de la noción intuitiva.

Empecemos por desarmar estos últimos argumentos. a) es una cuestión subjetiva, b) es completamente irrelevante al caso, pues la teoría en discusión es de primer orden; y c) es la paradoja del análisis. Poco tiene que ver el que algo sea obvio con que requiera prueba. En cuanto a 1) es evidentemente relevante pues la "lógica correcta" no tiene por que ser de primer orden. Sin embargo, podría utilizarse el argumento que vimos para mostrar, que aunque las tres nociones de consistencia no son coextensivas (en caso de lógicas de orden superior), al menos los conceptos sintácticos y semánticos arrojan algún conocimiento de la extensión de la noción intuitiva. 2) requeriría una discusión por parte de Balaguer sobre lo que es la esencia y sobre lo que debe ser una definición. La conclusión es que Balaguer nos deja en la oscuridad con respecto a qué noción de consistencia es la que está en juego.

Vayamos a otro punto ¿cómo sabemos que una teoría es consistente?

Balaguer dice que la cuestión es trivial: puesto que la noción de consistencia en cuestión es antiplatónica, no hay ningún misterio pues no es necesario acceso alguno a objetos abstractos para saber que una teoría es consistente.

Hay al menos dos problemas con esta respuesta: 1. Balaguer no ha dado ninguna noción antiplatónica de consistencia. 2. No nos basta con tener una noción antiplatónica, sino que debemos tener la noción correcta de consistencia (que podría ser platónica) y Balaguer debe explicarnos cómo tenemos conocimiento de que un a teoría es consistente en este sentido.

Ahora bien, como la noción en cuestión debe corresponder a aquello que en el mundo es posible, es decir, debe sustentar tanto FBP' (todas las teorías consistentes son igualmente buenas), y también que una teoría inconsistente no puede aplicarse, el proveer una definición antiplatónica, nos deja aún sin una explicación de por qué la lógica es útil. Nos quedaríamos en las tinieblas si Balaguer nos dijera que la lógica, a su vez, es una ficción. En conclusión, nos debe una explicación del conocimiento lógico.

Por ejemplo, supongamos que tenemos un concepto de consistencia aceptable desde el punto de vista antiplatónico, que coincide extensionalmente con nuestro concepto semántico clásico y que logramos explicar cómo sabemos que una teoría es consistente en este sentido. Imaginemos, además, que lo que lo que realmente es posible en el mundo es lo que es posible desde el punto de vista intuicionista. Entonces podrían presentarse situaciones reales que según nuestra concepción son imposibles y las cuales, por tanto, no podrían ser moldeadas por ninguna teoría matemática.

Otra objeción, que el propio Balaguer se hace, es que las teorías son objetos abstractos. Su réplica (Balaguer, 1998: 73) es que podemos restringir nuestra atención a “tokens” de enunciados y teorías concretas. No discutiremos este punto.

Un párrafo más adelante y, en el mismo tenor, Balaguer dice que para saber que “4 es positivo” y “4 es par” son consistentes no requiero acceso al número 4. Sí, pero requiero saber que hay un modelo en que ambas son verdaderas y ese modelo es un objeto abstracto. O bien necesito saber que no hay una derivación, que en un cierto sistema formal, tenga como únicas hipótesis “4 es positivo” y “4 es par” y como última fórmula una contradicción.

Más tarde, insiste en que todo mundo tiene que explicar el conocimiento de la consistencia y que, en ello, el platónico puede quedarse con la explicación del antiplatónico. Pero, como no nos ha dicho cuál es la solución de este último, dejamos incluso al platónico sin explicación. De hecho, Balaguer asevera que el platónico y su antagonista pueden dar la misma explicación de la aplicabilidad de la matemática.

La conclusión es que el ficcionalismo de Balaguer sigue teniendo el mismo problema que otros antiplatónicos: no ha logrado explicar la aplicabilidad de las matemáticas. Lo que ha hecho es retrotraer la dificultad al terreno de la lógica.

VI. La aplicabilidad de las matemáticas en el marco de la filosofía quineana

Shapiro (1997: 46), entre otros, se ha mostrado escéptico con respecto a que el argumento de la indispensabilidad resuelva el reto de Benacerraf. En su opinión, Quine y Putnam han dado por sentada la aplicabilidad de las matemáticas y, por lo tanto, la han dejado sin explicación. ¿Es esta objeción correcta?

Balaguer asevera algo similar, a saber, que el platónico no cuenta aquí con ninguna ventaja sobre su adversario quineano. Para mostrarlo ofrece (Balaguer, 1998: 110) un símil: supongamos que tenemos una teoría de Marte que hace uso indispensable de hechos acerca de Charles Manson.

Desde luego, no puedo explicarlo meramente apuntando que mis afirmaciones acerca de Charles Manson son verdaderas. Necesitamos explicar la relevancia de la matemática en la física.

Esta es una objeción a un platonismo más clásico y no al de Quine-Putnam. Supone que tenemos por un lado objetos abstractos y por otro los objetos del mundo empírico y entonces no podemos explicar qué relación tienen unos con otros de tal manera que la teoría sobre unos resulta indispensable a la teoría sobre los otros. Pero en el marco de la filosofía quineana los objetos matemáticos no son previos a la utilidad de la teoría que trata de ellos. Primero una cierta teoría resulta útil y, por ello, en un momento posterior postulamos los objetos de los que trata como reales. Tenemos al principio la utilidad, luego la verdad; más tarde aplicamos el criterio ontológico y de él surgirán los objetos. Eso es lo que significa "ser es ser el valor de una variable". Es decir los objetos abstractos no están allí separados de los objetos empíricos y luego resulta que tienen unos con otros alguna relación, sino que es a partir de la utilidad de una teoría que surgen los objetos a los que está comprometida.

Sin embargo, hay otro sentido en el cual puede sostenerse la conclusión de Balaguer. En efecto, el ficcionalista puede dar exactamente la misma explicación que su oponente, excepto en un punto. Volvamos a la explicación de Quine. El científico tiene ciertos datos que debe explicar. No se trata simplemente de datos sensoriales sino que tal vez tenga que explicar la incompatibilidad mutua de ciertas teorías, por lo demás exitosas, o explicar el fracaso de una predicción realizada a partir de hipótesis plausibles. Para ello, diseña de espaldas a la realidad, una teoría T que luego, al poner a prueba, resulta que da cuenta de los hechos o que unifica otras teorías menores. El criterio ontológico aplicado a T arroja un conjunto A de ciertos objetos abstractos. T resulta confirmada por evidencia empírica posterior. Entonces T es verdadera y los miembros de A existen. El ficcionalista puede dar la misma explicación, pero negar este último punto.

Pero ¿por qué negar la realidad de estos objetos? Balaguer sólo ha dado una razón: el ficcionalista puede explicar la aplicabilidad de las matemáticas. Sin embargo, vimos que su explicación es deficiente. Otro camino sería, como dijimos, aceptar la explicación quineana y negar el último paso: T no es verdadera y los objetos que postula no existen. ¿Cómo justifica esta negación? Balaguer podría responder que es su adversario el que debe justificar su último paso. Pero Quine ha dado una argumento al respecto, a saber, que no tenemos razón para negar la realidad de los objetos matemáticos o, en general, abstractos, mientras admitimos la existencia de las cosas de la vida diaria pues la existencia de esos dos tipos de entidades está sustentada por la misma justificación: su postulación contribuye a la organización de nuestros datos sensoriales y lo hace mejor que teorías concurrentes.

VII. El segundo argumento de Balaguer

Recordemos que Balaguer ha dado otro argumento: el alumno que objeta a su profesor de física el haber utilizado una teoría matemática cuando es posible que los objetos postulados por esta teoría no existan, recibirá como respuesta, y creo que en ello coincidirán todos los maestros de física, que no ha entendido el rol que desempeñan las matemáticas.

Aunque las posiciones de Yablo y Melia tienen peculiaridades propias que no podemos discutir aquí, ambos presentan argumentos muy similares a este de Balaguer. Yablo imagina que un oráculo filosófico nos revelara súbitamente que los números no existen. Eso no cambiaría en nada la práctica matemática. Esta es ajena, neutra o aún indeterminada, con respecto a la existencia de los objetos de que trata:

> At one time the racionale for fictionalism was obvious. We had, or thought we had, good philosophical arguments to show that X's did not exist, or could not be known about if they did. X's were obnoxious, so we had to find an interpretation of our talk that didn't leave us committed to them. That form of argument is dead and gone, it seems to me. It requires very strong premises about the sort of entity hat can be known about, or that can plausibly exist; and these premises can be exposed to ridicule by proposing the numbers themselves as paradigm-case counterexamples. But there is another possible rationale for fictionalism. Just maybe, it gives the most plausible account of the practice. It is not that X's are intolerable, but that when we examine X-language in calm and unprejudiced way, it turns out to have a whole lot in common with language that is fictional on its face" (Yablo, 2001: 87). Melia piensa algo similar, a saber, que consultando al científico, éste reconocerá que no hay por qué tomar todas sus afirmacions literalmente: "Whilst almost all scientists will admit that they must quantify over numbers in order to formulate their scientific theories, almost all

> will deny that there are such things as mathematical objects. Philosophers typically represent these scientist as engaging in double think –denying by night what they blieve by day. But ii is surely uncharitable to think that we must have misinterpreted them... How can we have misinterpreted them? By thinking that any theorist who presens a theory of the world must do so by asserting a set of sentences, each one believed by the theorist. This is our mistake. As soon as we allow theorists to take away details that were added before, to substract parts of their earlier discours, the theorist no longer appear to believe contradictory things (Melia, 2000: 469).

Los tres autores referidos proponen que el científico en el curso de su práctica mostrará que no todas las afirmaciones de su teoría deben ser tomadas con el mismo grado de literalidad. El científico que imagina Balaguer aclara a su alumno que las entidades a que hizo mención durante su uso de las matemáticas no tienen por qué existir para que su teoría total sea correcta. Es como si se retractara de las afirmaciones existenciales realizadas en una parte previa de su práctica. El teórico de Yablo no se inmuta cuando el oráculo parece contradecirlo, lo que indica que no estaba tomando ciertas de sus aseveraciones tan al pie de la letra como parecía. El científico de Melia se retracta explícitamente de algunas aseveraciones cuando tiene más tiempo para explayarse. Para los tres autores referidos los enunciados matemáticos son sólo una paráfrasis de otros que por diversas razones el teórico no emplea. Ya hemos visto que en el caso de Balaguer "2+7=9" significa "'2+7=9' es verdadero en la historia de las matemáticas".

Pero, ¿qué distinguiría en la práctica a los enunciados que debemos tomar literalmente de los que hay que interpretar de acuerdo a una paráfrasis? De lo dicho se desprende que, por ejemplo, para Yablo, un enunciado E que supone la existencia de un objeto O no debe ser tomado literalmente si el científico no se retracta de la teoría a la cual O pertenece cuando se le anuncie que O no existe. Esto deja de un lado a la física y de otro a la matemática. La revelación de que los hoyos negros no existen sí cambiaría la física de nuestros días, mientras que la revelación de la inexistencia de los números dejaría impertérrito al matemático. Algo similar podríamos decir en el caso de Balaguer. Recordemos al maestro de física y su estudiante. En general parecería que son los enunciados que tratan de entidades a las cuales la ciencia no asigna ningún rol causal los que pueden no tomarse literalmente, según este autor. De nuevo el criterio parece separar correctamente a la física de las matemáticas.

El punto por el cual este argumento no podrá convencer al quineano es el siguiente. ¿Qué podría revelar o hacernos sospechar que los números no existen? ¿Las ocurrencias de un estudiante? ¿Un oráculo? Evidentemente el científico no tomaría en serio tales indicios. Por otro lado ¿qué significaría para el físico la afirmación de que los hoyos negros no existen hecha por un colega serio? Significaría que el que tal asevera tiene una teoría alternativa que pretende ser superior a la que está en boga. La respuesta sería: ¿en qué te basas para decir tal cosa? Supongamos ahora que viajamos al futuro y al encontrarnos con un científico que novedades ha revelado la ciencia de las que no estemos al tanto nos dice “Los espacios de Hilbert no existen”. Me parece que lo interpretaríamos como queriendo decir que nuestra actual teoría del mundo está equivocada, que ha sido reemplazada por una teoría en que lo espacios de Hilbert no son necesarios.

Si tal réplica fuese correcta, debería haber ejemplos similares en el pasado. ¿Es que alguna parte de las matemáticas ha sido refutada por su incompatibilidad con la física de la época? Uno piensa inmediatamente en la geometría euclidiana. Esta cuestión ya fue planteada por Parsons:

> En un sentido las matemáticas pueden cambiar como un resultado [del cambio de teoría]. La teoría de una estructura puede volverse más perspicua que la de otro tipo. Pero ninguna proposición de las matemáticas ha sido falsificada. Si vemos a las matemáticas bajo esta luz, ninguna proposición de la geometría euclidiana es falsificada por el descubrimiento de que el espacio físico no es euclideano. (Parsons, 1983: xx)

Resnik ha replicado (1997: xx) que la teoría de la geometría euclideana como teoría del espacio físico sí fue falsificada. Según ellos, al abstraer la geometría para volverla independiente del espacio físico, la rescatamos. Lo mismo podríamos hacer con la astronomía ptolemaica, pero no nos interesa. Sólo estamos interesados en rescatar secciones de las matemáticas por su centralidad en la red de creencias.

Me parece que la réplica muestra que dentro del marco de la filosofía quineana puede darse una respuesta coherente a la objeción que interponen los ficcionalistas. Sin embargo, creo que esta segunda objeción de Balaguer contra el argumento de la indispensabilidad ameritaría una mayor discusión. Como dijimos, es una objeción es mucho más grave que la primera, la cual consiste en una defensa infructuosa de una forma de ficcionalismo.

Bibliografía

Balaguer, M. (1997) *Platonism and Anti-platonism in Mathematics*, Oxford University Press.

Benacerraf, P. (1983) *"What numbers could not be"*, *"Mathematical Truth"* reimpesos en Benacerraf y Putnam (Ed.) Philosophy of Mathematics, Cambridge University Press.

Colyvan, M. (2001) *The Indispensability of Mathematics*, Oxford University Press.

Colyvan, M. (2002) *"Mathematics and Aesthetic Considerations in Science"*. Mind, Vo.11 No. 441, pp. 69-74.

Colyvan, M. y Zalta, E. *"Mathematics: truth and fiction"*, Philosophia Mathematica (3), 7 (3), pp. 336-349.

Fernández de Castro, M. (2003) *Quine y la Ontología Abstracta*, UAM-Porrúa.

Field, H. (1980) *Science Without Numbers*, Princenton Univerity Press.

______. (1989) *Realism, Mathematics and Modality*, Basil Blackwell, Oxford.

Gettier, E. (1963) *"Is justified true belief knowledge"*, Analysis, 23.

Maddy, P. (1990) *Realism in Mathematics*, Clarendon Press Oxford.

Melia, J., *"Weaseling away the indispensability argument"*, Mind, Vo. 109, no. 435, pp. 453-479.

Quine, W. V. O. (1953) *From a Logical Point of View*, Harvard University Press,

Quine, W. V. O. (1977) *Ontological Relativity and Other Essays*, Columbia.

Parsons C. (1983) Mathematics in Philosophy, Cornell University Press.

Resnik, M. (1997) Mathematics as a Science of Patterns, Oxford, Clarendon.

Shapiro, S. (1997) Philosophy of Mathematics, Oxford University Press.

Yablo, S. "Go figure: a path through fictionalism", Midwest Studies in Philosophy, Vo.25. no. 1, pp. 72-102,