

## SIMULACION PROBABILISTICA:

### PROCESO DE FLUJO PARA EL TRAFICO DE AVIONES\*

*Francisco Carballo Salazar*

Escuela de Matemática, Universidad Nacional  
Heredia, Costa Rica.

El ejemplo siguiente sirve para ilustrar las técnicas fundamentales de la simulación probabilística. Este ejemplo es una simplificación de los procesos físicos reales.

El flujo de tráfico aéreo es, típicamente, un proceso de filas. Existe una teoría matemática de filas que es parte de la pesquisa operacional, la cual puede ser utilizada para resolver problemas de este tipo.

#### UN PROBLEMA DE FILAS EN AEROPUERTO

Imaginemos un aeropuerto con una sola pista. Después de algunos datos estadísticos recogidos se supone que un promedio de 10 aviones usarán la pista cada hora para levantar vuelo y 10 aviones usarán la misma pista a cada hora para el aterrizaje. Teniendo los reglamentos en cuenta del tráfico aéreo, deben subir y descender en momentos especificados (en un horario fijo). Sin embargo, en la práctica los atrasos son posibles y razonables para la hipótesis de aleatoriedad.

Supongamos que un avión tarda 3 minutos para aterrizar y 2 minutos para alzar el vuelo. Exis-

tiendo apenas una pista, se forman dos tipos de filas: la fila QAIR, de los aviones que están en el aire aguardando el momento de aterrizar y la fila QGRD, de los aviones que se encuentran en la pista aguardando el momento de despegar. La hipótesis disciplinaria de las filas será la de que el avión que desea aterrizar tiene prioridad sobre el avión que desea despegar (por las razones de orden económico).

Los intervalos de tiempo utilizados para efectuar la simulación están calculados por minutos. La probabilidad de que un aterrizaje ocurra en un minuto es de  $10/60$ , o sea un  $1/6$ ; la probabilidad de que no ocurra un aterrizaje en un minuto es de  $5/6$ . A fin de simular los aterrizajes, en cada intervalo de un minuto, se opera un número aleatorio RNL, situado entre 0 y 1.

Si RNL es menos que  $1/6$ , entonces hay un avión que desea aterrizar de modo que es agregado a la fila QAIR. Si el número aleatorio RNL es ma-

\* El presente artículo es una continuación del tema tratado en el número anterior de esta revista, sobre "La simulación en la pesquisa operacional".

yor o igual a  $1/6$ , nada ocurre: no hay avión que haya llegado en ese instante. El mismo procedimiento se sigue para los despegues: otro número aleatorio se genera y lo designaremos por RNT. Si RNT es menor que  $1/6$ , entonces se agrega un avión a la fila de despegue QGRD. Si RNT es mayor que  $1/6$  nada ocurre, no se añade avión a la fila anterior.

Después de esa generación de números aleatorios, se debe verificar si la pista está o no libre (recuérdese que cada despegue toma cerca de dos minutos, que cada aterrizaje toma cerca de tres minutos y que cada simulación se realiza en "pasos" de apenas un minuto). Si la pista no está libre se imprime el estado del sistema. Este, en el presente caso, son los valores de las siguientes variables, que describen la simulación en el momento T; YND es variable indicatoria de pista libre ( $YND = 1$ ) o de pista ocupada por un avión en proceso de aterrizaje ( $YND = 2$ ) o de pista ocupada por un avión en proceso de alzar vuelo ( $YND = 3$ ); QAIR es la variable cuyo valor indica el número de aviones que se hayan en el aire, aguardando orden de aterrizaje; QGRD es la variable cuyo valor indica el número de aviones que se hallan en la pista esperando el momento de despegue; NARR nos da el número de despegues hasta el instante T; finalmente, TRWY es la variable indicadora del momento más próximo en que la pista estará libre.

Al encontrarse libre la pista, se debe verificar QAIR. Si QAIR es mayor que cero, se da orden para que el avión aterrice. Si  $QAIR = 0$  se cumple QGRD, análogamente se dan instrucciones para que el primer avión despegue si QGRD tiene valor positivo. En todo caso es necesario actualizar la fila. En ese momento se exige nueva impresión del estado del sistema.

Los detalles de la simulación se pueden examinar en las líneas comentario del programa. De esta manera se suministran datos acerca de las distancias promedio de las filas QAIR y QGRD, ya sea como los tiempos medios que un avión gasta en el sistema para despegar o aterrizar.

#### EJEMPLO DE SUBROUTINA GENERADORA DE NUMEROS ALEATORIOS: RANDU

No nos preocuparemos de la precisión esta-

dística o matemática, ni de la demostración de la validez del algoritmo presentado.

#### Subrutina RANDU

La subrutina es llamada por medio de la instrucción CALL A RANDU (IR, IRUT, RUT) en la que IR es un número entero positivo, que precisa ser dado cuando se llama por primera vez, la subrutina RANDU, que proviene del programa original. Después de la primera llamada, IR debe tener valor igual al valor previo de IRUT. Este IRUT es el número entero aleatorio generado.  $R\phi UT$  es el número aleatorio real generado, situado en el intervalo de 0 a 1. Si la palabra binaria del computador tiene duración N (es decir, n bits), entonces el número  $IR\phi UT$  generado está limitado por:

$$1 \leq IR\phi UT \leq 2^{N-1}$$

suponiendo que  $N = 16$ , la subrutina RANDU es:

SUBROUTINA RANDU (IR, IR $\phi$ UT, ROUT)

IR $\phi$ UT = IR \* 899

IF (IR $\phi$ UT) 5, 6, 6

5 IR $\phi$ UT = IROUT + 32767 + 1

6 R $\phi$ UT = IR $\phi$ UT

R $\phi$ UT = ROUT/32767

RETURN

END.

#### PROGRAMA

C Programa AIRTRA (IMPUP, OUTPUT,  
TAPE = 5 IMPUP)

C TAPE 6 = OUPUP)

INTERO QAIR, QGRD, BUSY, TDEP,  
TLAND, TIEMPO, T REAL MWAIR,  
MWDEP.

C Lectura de parámetros para simulación

|   |  |  |
|---|--|--|
|   | READ (2,5) TIME, TDEP, TLAND,<br>PDEP, PLAND)            | 35 CALL RANDU (IR, IROUT, ROUT)                                      |
|   | 5 FØRMAT (315, 2 F 10.0)                                 | ARRIV = ROUT   |
| C | Impresión de los parámetros para si-<br>mulación.        | IR = IROUT   |
|   | WRITE (5,6) TIME, TDEP, TLAND,<br>PDEP, PLAND)           | CALL RANDU (IR, IROUT, ROUT)   |
|   | FORMAT ('1 TIEMPOTØ TAL SIMU-<br>LADO = '13' MINUTOS     | DEPAR = ROUT   |
|   | 1' TPØ. DESCØNTAVEL = '13' MI-<br>NUTØS'/                | C ESTADO ACTUAL DE LA PISTA  |
|   | 2' TPØ. ATERRADØ = '13' MINU-<br>TOS'/                   | IF (BUSY) 4, 21, 4   |
|   | 3' PROBABILIDAD DE UNA SALI-<br>DA EN UN MINUTO = 'F4.2/ | 4 BUSY = BUSY - 1  |
|   | 4' PRØBAB. DE UNA LLEGADA EN<br>UN MINUTO = 'F4.2//      | 21 CONTINUE  |
| C | ESTADO INICIAL DEL SISTEMA.                              | C FILAS ACTUALES Y CONTADORES  |
|   | QAIR = 0   | IF (ARRIV-PLAND) 22, 22, 115   |
|   | QGRD = 0   | 22 CONTINUE  |
|   | WAIR = 0   | QAIR = QAIR + 1  |
|   | WGRD = 0   | NAR = NAR + 1  |
|   | TRWY = 0   | 115 IF (DEPAR-PDEP) 8, 8, 15   |
|   | BRWY = 0   | 8 CONTINUE   |
|   | NAR = 0  | QGRD = QGRD + 1  |
|   | NDEP = 0   | NDEP = NDEP + 1  |
|   | BUSY = 0   | C VERIFICACION DEL ESTADO DE<br>LA PISTA                             |
|   | T = 1  | 15 IF (BUSY) 20, 9, 20   |
|   |  | 9 CONTINUE   |
|   |  | C VERIFICACION DE QUE HAY AVIO-<br>NES ESPERANDO PARA ATERRI-<br>ZAR |
| C | GENERACION DE NUMEROS ALEA-<br>TORIOS ENTRE 0 Y 1.       | C ATERRIZAR  |
|   | IR = 13  | IF (QAIR) 11, 25, 11   |
|   |  | 11 CONTINUE  |

```

C      ACCESO A PISTA Y GARANTIA
      ATERRIZAJE

      BRWY = BRWY/TIME * 100

      QAIR = QAIR - 1
      TRWY = TRWY/TIME

      BUSY = 3
      MWAIR = WAIR/NAR

      GOTO 20
      MWDEP = WGRD/NDEP

C      VERIFICACION HAY AVIONES ES-
      PERANDO PARA VOLAR
C      SALIDA DE LOS RESULTADOS

25  IF (QGRD) 12, 20, 12
      WRITE (5,7) WAIR, WGRD, MWAIR,
      MWDEP, BRWY, TRWY

12  CONTINUE
      7  FORMAT ('OFILA MEDIA P ATE-
      RRIZAR = ' F5.3/

      ACCESO A PISTA Y GARANTIA
      VUELO
      1' 0  FILA MEDIA PARA SALIR =
      ' F5.3/

      QGRD = QGRD-1
      2' 0  MEDIA ESPERANDO P/ ATE-
      RRIZAR= F5.3/

      BUSY = 2
      3' 0  MEDIA ESPERANDO PARA VO-
      LAR = 'F5.3/

C      ACUMULACION DE ESTADOS PA-
      RA ESTADISTICAS
      4' 0  PORCENTAJE DEL TIEMPO DE
      USO DE LA PISTA = 'F5.0/

20  TRWY = TRWY + QAIR*3 +
      QGRD*2 + BUSYWAIR = WAIR +
      QAIR
      5' 0  MEDIA DE TIEMPO APROX.
      EN QUE PISTA ESTA LIBRE = 'F5.2)

      WGRD = WGRD + QGRD
      CALL EXIT

      IF (BUSY) 13, 14, 13
      END

13  BRWY = BRWY + 1
      SALIDA IMPRESA DEL PROGRAMA

14  CONTINUE
      SUBROUTINA RANDU (IR, IROUT, ROUT)

      IF (T-TIME) 16, 30, 16
      IROUT = IR* '( (

16  CONTINUE
      IF (IROUT) 5, 6, 6

      T = T + 1
      5  IROUT = IROUT + 32767 + 1

      GO TO 35
      6  ROUT = IROUT = IROUT

C      CALCULO DE LAS CARACTERISTI-
      CAS DEL SISTEMA
      ROUT = ROUT/327 67.

30  WAIR = WAIR/TIME
      RETURN

      WGRD = WGRD/TIME
      END

```

|   |  |  |
|---|--|--|
|   | READ (2,5) TIME, TDEP, TLAND,<br>PDEP, PLAND)            | 35 CALL RANDU (IR, IROUT, ROUT)                                      |
|   | 5 FØRMAT (315, 2 F 10.0)                                 | ARRIV = ROUT   |
| C | Impresión de los parámetros para si-<br>mulación.        | IR = IROUT   |
|   | WRITE (5,6) TIME, TDEP, TLAND,<br>PDEP, PLAND)           | CALL RANDU (IR, IROUT, ROUT)   |
|   | FORMAT ('1 TIEMPOTØ TAL SIMU-<br>LADO = '13' MINUTOS     | DEPAR = ROUT   |
|   | 1' TPØ. DESCØNTAVEL = '13' MI-<br>NUTØS'                 | C ESTADO ACTUAL DE LA PISTA  |
|   | 2' TPØ. ATERRADØ = '13' MINU-<br>TOS'                    | IF (BUSY) 4, 21, 4   |
|   | 3' PROBABILIDAD DE UNA SALI-<br>DA EN UN MINUTO = 'F4.2/ | 4 BUSY = BUSY - 1  |
|   | 4' PRØBAB. DE UNA LLEGADA EN<br>UN MINUTO = 'F4.2//      | 21 CONTINUE  |
| C | ESTADO INICIAL DEL SISTEMA.                              | C FILAS ACTUALES Y CONTADORES  |
|   | QAIR = 0   | IF (ARRIV-PLAND) 22, 22, 115   |
|   | QGRD = 0   | 22 CONTINUE  |
|   | WAIR = 0   | QAIR = QAIR + 1  |
|   | WGRD = 0   | NAR = NAR + 1  |
|   | TRWY = 0   | 115 IF (DEPAR-PDEP) 8, 8, 15   |
|   | BRWY = 0   | 8 CONTINUE   |
|   | NAR = 0  | QGRD = QGRD + 1  |
|   | NDEP = 0   | NDEP = NDEP + 1  |
|   | BUSY = 0   | C VERIFICACION DEL ESTADO DE<br>LA PISTA                             |
|   | T = 1  | 15 IF (BUSY) 20, 9, 20   |
| C | GENERACION DE NUMEROS ALEA-<br>TORIOS ENTRE 0 Y 1.       | 9 CONTINUE   |
|   | IR = 13  | C VERIFICACION DE QUE HAY AVIO-<br>NES ESPERANDO PARA ATERRI-<br>ZAR |
|   |  | C ATERRIZAR  |
|   |  | IF (QAIR) 11, 25, 11   |
|   |  | 11 CONTINUE  |

```

C      ACCESO A PISTA Y GARANTIA
      ATERRIZAJE

      BRWY = BRWY/TIME * 100

      QAIR = QAIR - 1
      TRWY = TRWY/TIME

      BUSY = 3
      MWAIR = WAIR/NAR

      GOTO 20
      MWDEP = WGRD/NDEP

C      VERIFICACION HAY AVIONES ES-
      PERANDO PARA VOLAR
C      SALIDA DE LOS RESULTADOS

25  IF (QGRD) 12, 20, 12
      WRITE (5,7) WAIR, WGRD, MWAIR,
      MWDEP, BRWY, TRWY

12  CONTINUE
      7  FORMAT ('OFILA MEDIA P ATE-
      RRIZAR = ' F5.3/

      ACCESO A PISTA Y GARANTIA
      VUELO
      1' 0  FILA MEDIA PARA SALIR =
      ' F5.3/

      QGRD = QGRD-1
      2' 0  MEDIA ESPERANDO P/ ATE-
      RRIZAR= F5.3/

      BUSY = 2
      3' 0  MEDIA ESPERANDO PARA VO-
      LAR = 'F5.3/

C      ACUMULACION DE ESTADOS PA-
      RA ESTADISTICAS
      4' 0  PORCENTAJE DEL TIEMPO DE
      USO DE LA PISTA = 'F5.0/

20  TRWY = TRWY + QAIR*3 +
      QGRD*2 + BUSYWAIR = WAIR +
      QAIR
      5' 0  MEDIA DE TIEMPO APROX.
      EN QUE PISTA ESTA LIBRE = 'F5.2)

      WGRD = WGRD + QGRD
      CALL EXIT

      IF (BUSY) 13, 14, 13
      END

13  BRWY = BRWY + 1
      SALIDA IMPRESA DEL PROGRAMA

14  CONTINUE
      SUBROUTINA RANDU (IR, IROUT, ROUT)

      IF (T-TIME) 16, 30, 16
      IROUT = IR* '( (

16  CONTINUE
      IF (IROUT) 5, 6, 6

      T = T + 1
      5  IROUT = IROUT + 32767 + 1

      GO TO 35
      6  ROUT = IROUT = IROUT

C      CALCULO DE LAS CARACTERISTI-
      CAS DEL SISTEMA
      ROUT = ROUT/327 67.

30  WAIR = WAIR/TIME
      RETURN

      WGRD = WGRD/TIME
      END

```

|  |   |
|--|---|
| TIEMPO TOTAL SIMULADO = 60 MINUTOS         | Fila media para aterrizar = 0.050                         |
| TPO. VUELO = 2 MINUTOS                     | Fila media para salir = 0.200                             |
| TPO. ATERRIZAJE = 3 MINUTOS                | Media esperando para aterrizar = 0.007                    |
| PROBAB. DE UNA SALIDA EN UN MINUTO = 0.16  | Media esperando para volar = 0.025                        |
| PROBAB. DE UNA LLEGADA EN UN MINUTO = 0.16 | Porcentaje de tiempo de uso de la pista = 58.             |
|  | Media de tiempo aproximado en que pista está libre = 1.60 |

#### REFERENCIAS

- Conte, S. D. 1979. Análisis Numérico. Libros Mc Graw-Hill. Méjico.
- Hamming, R. W. 1962. Numerical Methods for Scientist and engineers. Mc Graw-Hill Book Company. New York.
- Mc Craken, D. and W. S. Dorn. 1964: Numerical Methods and Fortran Programming. John Wiley and Sons, Inc New York.
- Milne, W. E. 1949. Numerical Calculus. Princenton University Press. Princenton, N. J.
- Pacitti, T. 1977. Programação e Métodos Computacionais. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. Brasil