

## LA RADIACION DE FRENADO EN CAMPOS MAGNETICOS FUERTES

**L. SEMIONOVA N.**

Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica  
Departamento de Física

**JORGE PAEZ**

Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica  
Escuela de Física  
Grupo de Astrofísica

**RESUMEN:** Se presenta un análisis de las funciones de transición para el Bremsstrahlung magnético (radiación de frenado magnética), dependiendo, tanto de la polarización del *spin* total del electrón con respecto al campo externo, como de las polarizaciones lineales y circulares de la radiación emitida. Determinamos que existe la dominancia de las transiciones de los electrones a pasar al estado base de Landau, cuando la magnitud del campo magnético externo es del orden del  $B_{\text{crit}} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar} = 4,414 \cdot 10^{13}$  Gauss. Como una aplicación numérica del cálculo teórico se estudian las líneas de 58, 110 y 155 Kev del espectro de la estrella pulsar Hércules X-1. Permittiéndonos asegurar que esas líneas corresponden a las armónicas fundamental, segunda y tercera, para este proceso.

*Encabezados de materia: rayos-X-campos magnéticos-niveles de Landau*

**ABSTRACT:** We present an analysis of the Bremsstrahlung transition functions depending on the total spin polarization of the electron along the external magnetic field and the linear or circular polarization of the emitted radiation. Also we determine the ground-state-dominance for the electron to jump to the ground Landau level, if the magnetic field strength is of the order  $B_{\text{crit}} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar} = 4.414 \cdot 10^{13}$  Gauss. As a numerical application of our theoretical calculus on this process, we study the lines of 58, 110, and 155 Kev of the spectrum of the pulsar Her X-1. It permits us to assure that those spectral lines correspond to the fundamental, second and third harmonics, for this process.

*Subjet headings: x-rays- magnetic fields- Landau levels*

## 1 Introducción

En presencia de un campo externo los efectos usuales que ocurren en la Q. E. D. (Electrodinámica Cuántica) contienen correcciones que pueden ser calculadas, si es que se conoce, tanto la función de onda de la partícula, como la correspondiente función de Green en presencia del campo externo.†

En este contexto, es particularmente interesante estudiar el proceso de 'Bremsstrahlung' (radiación de frenado magnético) de primer orden, debido a que, desde el descubrimiento de las estrellas pulsares (1968) ha habido un gran interés en la Astrofísica, en todo lo referente a conocer, la influencia de los campos magnéticos superfuertes ( $B \sim 10^{12}$  Gauss) (Trümper et al., 1977), (Trümper et al., 1978), sobre los procesos de radiación que ocurren en esos entes estelares compactos. Entre los de mayor interés están aquellos involucrados en la emisión de radiación  $X$  y  $\gamma$ , por estar ligados con los procesos de radiación sincrotrónica y ciclotrónica, ya que, estos mecanismos elementales pueden ser los causantes de la fuerte radiación observada en una gran variedad de objetos estelares, en estado de colapso (Mazets et al., 1981), (Rudermann, 1985).

Aún en rangos de energía de la radiación, como los presentes en los  $\gamma$  ray *burst*‡ ó rayos  $\gamma$  pulsados, que son del orden de los TeV/Pev en las pulsares binarias Her X-1, Vela X-1 y Cignus X-1, nos demuestran que un aspecto clave de esos procesos causantes de esa fuerte emisión, es la aceleración a energías ultra altas de las partículas en el interior de los discos de acreción, con su movimiento kepleriano alrededor de ella. Ello nos lleva a una especie de acelerador de partículas de una energía apropiada que acelera a dichas partículas en el orden de los  $10^{15}$  eV, y las inyecta en el disco de acreción. Eso nos permite interpretar las características en el espectro, tanto de los rayos X, como de los rayos  $\gamma$ , como debidos a resonancia ciclotrónica en campos magnéticos del orden  $\sim 10^{12}$  Gauss (Cheng et al., 1989), (Blaes et al., 1989), (Bassani et al., 1989).

Debido a las condiciones de campo superfuerte en que se produce la radiación de esos objetos, se puede esperar la generación de un buen número de pares electrón-positrón, así como, la aniquilación de los mismos en uno o más fotones; ocurriendo entre otros, el fenómeno denominado coalescencia del fotones, que ha sido observado de hecho en las estrellas pulsares (Mazets et al., 1981). También hay procesos que permiten el enfriamiento de la magnetosfera de las pulsares por medio de la comptonización de la misma.

Aunque en este artículo no nos interesamos por estos fenómenos, si podemos ir desarrollando en procesos más simples, v.g., como el de la radiación de frenado en primer orden, la pericia de cálculo necesario como para analizar en otra oportunidad alguno de los fenómenos antes mencionados, entre otros.

† El propagador exacto del electrón en un campo magnético es una expresión complicada, y depende de la forma del campo externo utilizado en la resolución de la ecuación de Dirac, véase (Hanke et al., 1959), (Kaitna et al., 1964) y (Demeur, 1953). Por lo tanto, para cálculos de segundo orden o superior se puede utilizar el propagador libre como condición de campo débil, es decir, siempre que se cumpla  $B < B_{\text{crit}} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar} = 4.414 \cdot 10^{13}$  Gauss. Si se desea un cálculo exacto, hay que calcular explícitamente el propagador como la función generalizada de cierre.

‡ *burst* = estallido, fuga, ráfaga

Usualmente, el *Bremsstrahlung* (radiación de frenado) es considerado como un fenómeno de bajas energías y está asociado con las emisiones de luz de las partículas que circulan en los aceleradores de 'altas energías'.\*

Los cálculos cuánticos para el *Bremsstrahlung* se llevan a cabo en el marco de trabajo de un formalismo de estado ligado, denominado representación de Furry (Furry, 1951).

El estudio del proceso de la radiación de frenado magnética en primera aproximación de Born que presentamos en este trabajo, es un caso especial de la Electrodinámica Cuántica (Q. E. D.), por estar aplicada ésta, exclusivamente a un campo externo clásico no cuantizado. Nuestro interés principal, por lo tanto, es el de analizar la influencia del campo magnético sobre este proceso de radiación. Dichos campos se suponen que deben de ser fuertes, v.g., el acoplamiento de las partículas a estos campos no se puede considerar como una pequeña perturbación.

Nuestro análisis de la radiación de frenado está basado en la dependencia de los factores siguientes:

- 1) La polarización del fotón emitido (lineal o circular y no polarizada).
- 2) La polarización del *spin* (espín)‡ total del electrón con respecto al campo magnético externo (alineamiento del *spin* total del electrón).

En este estudio no tomamos en consideración las correcciones a la función de onda, debidas a la influencia del campo gravitacional existente en las cercanías de la superficie de las pulsares; ni tampoco del momento anómalo proveniente de la interacción de la radiación con el *spin* del electrón (Baier *et al.*, 1976), (Ramesh *et al.*, 1978). Comprobamos que, cuando el campo magnético se acerca al valor del campo crítico  $B_{crit} = 4.414 \cdot 10^{13}$  Gauss, hay una dominancia en las transiciones de los electrones a pasar al estado base, y que ésta dominancia se cumple para todos los casos de las polarizaciones, tanto del fotón, como del *spin* del electrón.†

**Como una aplicación de los cálculos teóricos** hechos, analizamos específicamente el espectro de la estrella pulsar Hércules X-1 (Ubertini *et al.*, 1978), (Staubert *et al.*, 1981), (Scheepmaker *et al.*, 1981), (Voges *et al.*, 1985), (Ögelman *et al.*, 1985), (Kahabka *et al.*, 1985), (Ögelman *et al.*, 1987), (Anzer *et al.*, 1987). Dicha estrella emite radiación con energía en un rango observado que va desde 18 hasta 180 Kev ó más. Sin embargo, se han detectado emisiones en el rango de los Tev/Pev (Cheng *et al.*, 1989), (Blaes *et al.*, 1989). Un análisis en esa región del espectro lo presentaremos en otro artículo.

---

\* Este proceso se presenta también en plasmas galácticos o en estrellas pulsares con columna de acreción (Klepikov, 1954), como lo mencionamos anteriormente.

‡ *Spin* lo utilizamos en todo este trabajo, como sinónimo de espín; *spinor* como espinor y *Spinor Algebra* como Algebra Espinorial (Torres, 1987), (Moshinsky *et al.*, 1988), (Suárez, 1986). Las publicaciones sobre temas de Física en español, citadas anteriormente, utilizan las palabras sinónimas antes apuntadas. Aún así, consultamos al Dr. Alfonso López Martín quien nos aconsejó, utilizar las palabras de otros idiomas entre comillas, o en letras itálicas; con el fin de enfatizar su carácter ajeno al español, y para aquellas palabras que no tengan una clara acepción en nuestro idioma

† Un estudio detallado para las diferentes polarizaciones del *spin* del electrón, véase, (Semionova, 1983)

Podemos interpretar que las líneas de 58, 110 y de 155 Kev del espectro de Hércules X-1, como el producto de la radiación de frenado de los electrones, al moverse éstos dentro del campo magnético de magnitud  $B = 5.3 \cdot 10^{12}$  Gauss, característico de esa estrella. La línea de 58 Kev es debido a la transición del electrón del nivel excitado de Landau  $N = 1$  a  $N' = 0$ ; la de 110 Kev es debido a la transición de  $N = 2$  a  $N' = 0$  y la de 155 Kev se debe a la transición de  $N = 3$  hacia  $N' = 0$ , como lo mostramos en las Tablas 1 y 2.

Nuestro trabajo viene a confirmar los resultados que obtuvo (White, 1974), (White, 1976) analizando la transición de  $N = 1$  a  $N' = 0$  para este proceso, siguiendo un camino diferente de cálculo al que presentamos aquí, y que, había sido señalado con anterioridad por (Sokolov *et al.*, 1968), (Sokolov *et al.*, 1956), (Sokolov *et al.*, 1960).

Resulta interesante también destacar que nuestra forma de calcular, se basa en los espinores (*spinors*) de (Sokolov *et al.*, 1968) con la norma del campo externo:

$$A_{\text{ext}}^{\mu} = \left(0, -\frac{By}{2}, \frac{Bx}{2}, 0\right). \quad (1.1)$$

Otros autores como (White, 1974), (Herold *et al.*, 1982), (Klepikov, 1954), (Latal, 1986) y (Melrose *et al.*, 1983) utilizan espinores (*spinors*) que acoplan con la radiación emitida de forma natural, y además, utilizan la norma

$$A_{\text{ext}}^{\mu} = (0, 0, Bx, 0). \quad (1.2)$$

A pesar de que los caminos seguidos para el cálculo son diferentes, todos hemos convergido a esa dominancia en las transiciones de pasar al estado base de Landau, para el proceso del *Bremsstrahlung* magnético en primer orden en teoría de perturbación.

## 2 Cálculo de la Matriz de Transición $|S_{fi}|^2$

De acuerdo con la Electrodinámica Cuántica (Q. E. D.) con **ondas planas**, el proceso de la radiación de frenado (ó *Bremsstrahlung*) se calcula utilizando las soluciones libres de Dirac para el electrón; por lo que existe solamente, a partir del segundo orden en la teoría de perturbación. Sin embargo, si el proceso ocurre en presencia de un campo magnético, las líneas del campo magnético absorben cierta cantidad de movimiento, satisfaciéndose así, la ley de conservación de la energía; por lo que este proceso es permitido en primer orden (Sokolov *et al.*, 1968), (Sokolov *et al.*, 1956), (Sokolov *et al.*, 1960). Es por ello que, el marco de trabajo debe de cambiarse. Para eso se utiliza el marco de Furry o marco de funciones de estado ligado (se trabaja con las soluciones exactas de la ecuación de Dirac para el campo magnético externo homogéneo y constante, descrito por la ecuación (1.1), en nuestro caso).

Como estamos interesados en el proceso de radiación de frenado en primer orden; el correspondiente diagrama de Feynman se muestra en la Fig. 1. En esta figura, las líneas rectas dobles representan las funciones de onda del estado ligado para el electrón dentro de un campo magnético uniforme y constante  $\vec{B} = B\hat{z}$ . La línea ondulada representa al fotón de momento  $\vec{k}$  y polarización  $\hat{\epsilon}^{\mu}$ . Las cantidades  $p_i$ ,  $p_f$  son, respectivamente, los momentos del electrón incidente y del electrón saliente.

## 2.1 La Matriz $S_{fi}$ en Primer Orden

El elemento de matriz  $S_{fi}$  correspondiente al proceso mostrado en la Fig. 1, es:†

$$S_{fi} = (-ie) \int d^4x \overline{\varphi_f(x)} \gamma^\mu A_\mu(x) \varphi_i(x), \quad (2.1)$$

donde  $e$  es la carga del electrón y  $\varphi_{i,f}$  son las funciones de onda exactas del electrón inicial y final, obtenidas a partir de la ecuación de Dirac para el campo magnético  $\vec{B} = B\hat{z}$ . Además,

$$A^\mu(x, k) = \frac{\epsilon^\mu}{\sqrt{2\omega V}} e^{ik \cdot x} \quad (2.2)$$

representa al fotón emitido durante el frenado del electrón, en ese campo magnético.‡ El cuadvectores  $\epsilon^\mu$  es la polarización de la radiación emitida que satisface las condiciones

$$\epsilon_\mu \epsilon^\mu = -1, \quad \epsilon_\mu k^\mu = 0, \quad (2.3a)$$

y

$$k_\mu k^\mu = 0, \quad k_0 = \omega. \quad (2.3b)$$

Las funciones de onda del electrón entrante y saliente del campo magnético son descritas de la siguiente forma:

$$\varphi_i(x) = \sqrt{\frac{\gamma}{L\pi}} e^{-iE_i t} e^{ip_{i3} z} \chi(\rho) u^s(k) \quad (2.4a)$$

$$\overline{\varphi_f(x)} = \sqrt{\frac{\gamma}{L\pi}} e^{iE_f t} e^{-ip_{f3} z} \overline{u^r(k)} \overline{\chi(\rho)} \quad (2.4b)$$

La dependencia radial  $\rho$  ( $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ) de la función de onda del electrón está contenida en la matriz  $\chi(\rho)$  y que se describe en el Apéndice A. Los espinores del electrón  $u^r(k)$  y las reglas que satisfacen se encuentran también en ese apéndice.  $L$  es la periodicidad a lo largo del eje  $z$  y  $\gamma = \frac{eB}{2}$ .

Para el cálculo siguiente, no hay necesidad de imponer restricciones sobre el electrón, v.g., de que se encuentre inicialmente en un nivel de Landau bajo, dentro del campo magnético; además, no se restringe su momento longitudinal. Consideramos solamente la emisión de fotones y, efectuando las respectivas sustituciones en (2.1), así como, introduciendo coordenadas esféricas para el momento  $k$  y cilíndricas para el vector de posición, obtenemos para  $S_{fi}$ :

$$S_{fi} = \frac{(ie)}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} 2\pi \delta(E_i - E_f - \omega) \delta_{p_{i3}, p_{f3} + k_3} \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\phi e^{-ik\rho \sin\theta \cos(\varphi - \phi)} \overline{u^r(k')} \overline{\chi(\rho)} \gamma^i e^{i(\lambda)} \chi(\rho) u^{(s)}(k) \quad (2.5a)$$

† Utilizamos unidades naturales  $\hbar = c = 1$ , así como la notación que usan Bjorken y Drell en su libro (Bjorken *et al.*, 1965)

‡ El caso de absorción de un fotón no lo consideramos. Un estudio pormenorizado sobre la absorción ciclotrónica, véase (Daugherty, 1978)

donde

$$\gamma_i \epsilon_i^{(\lambda)} = \gamma^i \epsilon^{i(\lambda)} = \gamma^1 \epsilon^{1(\lambda)} + \gamma^2 \epsilon^{2(\lambda)} + \gamma^3 \epsilon^{3(\lambda)} \quad (2.5b)$$

y el índice  $\lambda$  indica el vector de polarización correspondiente; las  $\gamma^i$  son **las matrices de Dirac en su representación estándar**. Los ángulos  $\theta$  y  $\varphi$  se ilustran en la Fig. 2.

Para describir los diferentes casos de polarización del fotón, definimos dos vectores de polarización lineal, ortogonales entre sí:

$$\hat{\epsilon}^{(1)} = -\cos \theta \cos \varphi \hat{x} - \cos \theta \sin \varphi \hat{y} + \sin \theta \hat{z}, \quad (2.6a)$$

$$\hat{\epsilon}^{(2)} = \sin \varphi \hat{x} - \cos \varphi \hat{y}. \quad (2.6b)$$

Además, el vector momento del fotón es:

$$\hat{k} = \omega (\sin \theta \cos \varphi \hat{x} + \sin \theta \sin \varphi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}). \quad (2.7)$$

Evidentemente, estas definiciones satisfacen las condiciones (2.3a) y (2.3b).

Utilizando la expresión explícita para  $\chi(\rho)$ , la cual depende de las funciones generalizadas de Laguerre  $I_{N,S}(\rho)$ , permite escribir la ecuación (2.5a) como:

$$S_{fi} = \frac{(ie)}{2\pi} \frac{2\pi}{\sqrt{2\omega V}} \delta(E_i - E_f - \omega) \delta_{p_{i3}, p_{f3} + k_3} \overline{u^{(r)}(k')} \left[ (i\epsilon^{1(\lambda)} + \epsilon^{2(\lambda)}) I_2 \Gamma_2 + (i\epsilon^{1(\lambda)} - \epsilon^{2(\lambda)}) I_1 \Gamma_1 + \epsilon^{3(\lambda)} (I_3 \Gamma_3 - I_4 \Gamma_4) \right] u^{(s)}(k), \quad (2.8)$$

donde las integrales  $I_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  de la ecuación anterior se dan en el Apéndice B, y además

$$\Gamma_1 = -\frac{1}{2}(\gamma^1 - i\gamma^2), \quad \Gamma_2 = \frac{1}{2}(\gamma^1 + i\gamma^2), \quad (2.9a)$$

$$\Gamma_3 = \frac{1}{2}(\gamma^3 + \gamma^0 \gamma^5), \quad \Gamma_4 = \frac{1}{2}(\gamma^0 \gamma^5 - \gamma^3), \quad (2.9b)$$

y

$$B = \epsilon^{2(\lambda)} + i\epsilon^{1(\lambda)}, \quad A = -\epsilon^{2(\lambda)} + i\epsilon^{1(\lambda)}, \quad C = \epsilon^{3(\lambda)}. \quad (2.10)$$

De la expresión para la delta de Kronecker, obtenemos la relación cinemática:

$$p_{i3} = p_{f3} + k_3. \quad (2.11)$$

A partir de la ecuación (2.8) se puede calcular la expresión  $|S_{fi}|^2$ , obteniéndose:

$$|S_{fi}|^2 = \frac{\epsilon^2}{4\pi^2} \frac{1}{2\omega V} 2\pi T \delta(E_i - E_f - \omega) \frac{\overline{u^{(r)}(k')} (AI_1\Gamma_1 + BI_2\Gamma_2 + C[I_3\Gamma_3 - I_4\Gamma_4]) u^{(s)}(k)}{u^{(s)}(k) (AI_2^*\Gamma_1 + BI_1^*\Gamma_2 + C[I_3^*\Gamma_3 - I_4^*\Gamma_4]) u^{(r)}(k')} \quad (2.12)$$

Con base en la ecuación (2.12), podemos presentar a continuación, un estudio de los diferentes casos que surgen al considerar, tanto la polarización del fotón, como la del *spin* total del electrón.

### 3 La Probabilidad de Transición sin Polarización del Electrón y del Fotón

Para el cálculo de la función de transición por unidad de tiempo utilizamos, de acuerdo con (Sokolov, 1960), (Sokolov *et al.*, 1953), (Sokolov, 1956), la siguiente expresión:

$$W = \int \frac{V d^3 k}{T(2\pi)^3} |S_{fi}|^2, \quad (3.1)$$

la cual tiene unidades de tiempo a la menos 1 ( $\text{seg}^{-1}$ ).

Si deseamos que  $|S_{fi}|^2$  no dependa de las polarizaciones del *spin* total del electrón, entonces sumamos en la expresión (2.12), tanto sobre el *spin* del electrón incidente, como saliente y así obtenemos:

$$\sum_{\pm s_f, \pm s_i} |S_{fi}|^2 = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{1}{2\pi V} 2\pi T \delta(E_i - E_f - \omega) \text{Tr} \left\{ [AI_1\Gamma_1 + BI_2\Gamma_2 + C(I_3\Gamma_3 - I_4\Gamma_4)] \Lambda_+(k) [AI_2^*\Gamma_1 + BI_1^*\Gamma_2 + C(I_3^*\Gamma_3 - I_4^*\Gamma_4)] \Lambda_+(k') \right\}. \quad (3.2)$$

Esta expresión es lo suficientemente general, como para permitir calcular la probabilidad de transición que surge de la dependencia, de las diferentes polarizaciones del fotón. Para un estudio más detallado sobre este aspecto, véase (Semionova, 1983). La evaluación de las trazas en esta expresión son sencillas pero tediosas. Si, además, en (3.2) sumamos sobre las polarizaciones del fotón, y tomamos en consideración la integración sobre el momento  $k$ , con ayuda de la propiedad de la función delta:

$$\int_0^\infty f(k) \delta(E_i - E_f - k) dk = \frac{f(k)}{1 + \frac{\partial E_f}{\partial k}}, \quad (3.3)$$

y sabiendo que

$$\sum_{s'=0}^{\infty} I_{s,s'}^2(z) = 1, \quad (3.4)$$

e introduciendo como constante de estructura fina

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}, \quad (3.5)$$

obtenemos la relación para la probabilidad de transición de un electrón del estado inicial de Landau  $N$  hacia un estado final  $N'$ , con la emisión de un fotón no-polarizado, como:

$$W_{N,N'} = \frac{\alpha}{2} \int_0^\pi \frac{k \sin \theta d\theta}{E_i(E_i - k \sin^2 \theta - p_{i3} \cos \theta)} \left\{ (E_i E_f - m^2 - p_{i3} p_{f3}) \cdot (1 + \cos^2 \theta) [I_{N-1,N'}^2(z) + I_{N,N'-1}^2(z)] \right. \\ - 2p_i p_f \sin^2 \theta [I_{N-1,N'}(z) I_{N,N'-1}(z) + I_{N,N'}(z) I_{N-1,N'-1}(z)] \\ - p_{i3} p_f \sin 2\theta [I_{N-1,N'-1}(z) I_{N-1,N'}(z) + I_{N,N'}(z) I_{N,N'-1}(z)] \\ - p_{f3} p_i \sin 2\theta [I_{N,N'}(z) I_{N-1,N'}(z) + I_{N,N'-1}(z) I_{N-1,N'-1}(z)] \\ \left. + \sin^2 \theta (E_i E_f - m^2 + p_{i3} p_{f3}) (I_{N-1,N'-1}^2(z) + I_{N,N'}^2(z)) \right\} \quad (3.6)$$

donde  $p_i$  y  $p_f$  son las componentes bidimensionales (en el plano  $x-y$ ) inicial y final del electrón y  $z = \frac{k^2 \sin^2 \theta}{4\gamma}$ . La cinemática del problema se resuelve al evaluar las correspondientes funciones delta que aparecen en (2.8).

Con base en la expresión anterior, podemos hacer un análisis detallado de la razón de transición  $W_{N,N'}$  y de la función de transición  $f(k, \theta)$ , definida como:

$$W_{N,N'} = \int_0^\pi f(k, \theta) \sin \theta d\theta, \quad (3.7)$$

donde la función  $f(k, \theta)$  describe la distribución espectral-angular de la radiación emitida. Otro camino para obtener la ecuación (3.6), consiste en imponer desde un inicio  $p_{i3} = 0$  para sencillez en el cálculo, y luego, hacerle a esa expresión final, una transformación 'boost'† a lo largo del eje  $z$ , para llegar a la ecuación (3.6).

Podemos ahora presentar algunas conclusiones parciales sobre la emisión de la radiación no-polarizada.

En las Figuras 3 y 4 se presentan dos casos de la distribución espectral-angular para:

- cuando el electrón inicial no tiene componente de momento en dirección del campo externo, o sea,  $p_{i3} = 0$  Mev; la transición considerada es de  $N = 2$  a  $N' = 0$ ;
- para el caso cuando  $p_{i3} = 1$  Mev, y la misma transición anterior.

Se observa de esa Fig. 3 que si  $p_{i3} = 0$  Mev, es más probable que el fotón de frenado se encuentre en el plano  $x-y$ , observe el trazo para  $f_0$ . Si  $p_{i3} = 1$  Mev, el fotón emitido está formando un ángulo agudo con respecto al campo, como lo notamos en el trazo  $f_0$  de la Fig. 4, es decir,  $\theta < \frac{\pi}{2}$ .

También observamos que la radiación para el caso b) tiene menor dispersión con respecto al ángulo de emisión del fotón; mientras que para el caso a), la dispersión de la radiación es mayor.

† boost = empujar

Si analizamos la relación de transición  $W_{N,1}/W_{N,0}$  para distintos valores del campo externo, observamos en la Fig. 6, que si el electrón se encuentra inicialmente en un estado  $N > 2$ , al acercarse el valor del campo magnético externo al valor del campo crítico, la probabilidad para que el electrón se encuentre en el estado fundamental aumenta; o sea,  $W_{N,0} > W_{N,1}$ . Esa relación implica a su vez que se están emitiendo fotones de alta energía. Si, por ejemplo, se supone que  $N = 30$  y  $N' = 0$  con  $p_{i3} = p_{f3} = 0$ , entonces la energía del fotón es de 3.47 Mev, para valores del campo externo  $B = B_{crit}$ .

#### 4 La Razón de Transición sin Polarización del Spin del Electrón y para las dos Polarizaciones Lineales del Fotón Emitido

En esta sección nos proponemos analizar las razones de transición, cuando no hacemos la suma sobre las polarizaciones del fotón en la ecuación (3.2). Para ello hemos definido dos direcciones de la polarización lineal del fotón:  $\lambda = 1$  y  $\lambda = 2$ . Ellas vienen a corresponder, de acuerdo a (Sokolov *et al.*, 1968), (Sokolov *et al.*, 1956), (Sokolov *et al.*, 1960) a las componentes  $\sigma$  y  $\pi$  de la radiación sincrotrónica respectivamente. Así obtenemos la expresión de la razón de transición, a partir de la ecuación (3.2), para cada una de esas orientaciones de la polarización:

##### Caso para polarización lineal $\lambda = 1$

La razón de transición es:

$$W_{N,N'}^{(1)} = \frac{\alpha}{2} \int_0^\pi \frac{k \sin \theta d\theta}{E_i(E_i - k \sin^2 \theta - p_{i3} \cos \theta)} \{ (E_i E_f - m^2 - p_{i3} p_{f3}) \cos^2 \theta [I_{N-1,N'}^2(z) + I_{N,N'-1}^2(z)] + 2p_i p_f [\cos^2 \theta I_{N-1,N'}(z) I_{N,N'-1}(z) - \sin^2 \theta I_{N,N'}(z) I_{N-1,N'-1}(z)] - p_{i3} p_f \sin 2\theta [I_{N-1,N'-1}(z) I_{N-1,N'}(z) + I_{N,N'}(z) I_{N,N'-1}(z)] - p_{f3} p_i \sin 2\theta [I_{N,N'}(z) I_{N-1,N'}(z) + I_{N,N'-1}(z) I_{N-1,N'-1}(z)] + \sin^2 \theta (E_i E_f - m^2 + p_{i3} p_{f3}) [I_{N-1,N'-1}^2(z) + I_{N,N'}^2(z)] \}. \quad (4.1)$$

##### Caso para polarización lineal $\lambda = 2$

La razón de transición es:

$$W_{N,N'}^{(2)} = \frac{\alpha}{2} \int_0^\pi \frac{k \sin \theta d\theta}{E_i(E_i - k \sin^2 \theta - p_{i3} \cos \theta)} \{ (E_i E_f - m^2 - p_{i3} p_{f3}) [I_{N-1,N'}^2(z) + I_{N,N'-1}^2(z)] - 2p_i p_f I_{N-1,N'}(z) I_{N,N'-1}(z) \}. \quad (4.2)$$

Si sumamos ambas expresiones de arriba, (4.1) y (4.2), obtenemos la relación (3.6), que comprueba la consistencia de nuestro cálculo, al menos.

Con base en las ecuaciones (4.1) y (4.2) podemos analizar la función de distribución espectral-angular de la radiación de frenado, y así, obtener conclusiones parciales al respecto, para estas dos posibles polarizaciones lineales del fotón emitido, como lo mostramos en las Figuras 3 y 4, con sus trazos respectivos  $f_1$  y  $f_2$ .

Observamos en esas figuras que la distribución de la radiación, para la polarización lineal con  $\hat{\epsilon}^{(1)}$  es simétrica con respecto al plano  $x-y$  (si  $p_{i3} = 0$  Mev) y rompe esa simetría, si el electrón entrante tiene alguna componente de momento en la dirección del campo magnético  $\vec{B}$ . Pero tiene menor probabilidad de ser emitida, si se le compara con la distribución espectral-angular para la polarización  $\hat{\epsilon}^{(2)}$ . La contribución de esta polarización se observa solamente en el plano  $x-y$  (si  $p_{i3} = 0$ ).

Al sumar las curvas en la Fig. 3 correspondientes a ambas polarizaciones, obtenemos el trazo de la curva coincidente con el trazo para  $f_0$ ; y que corresponde al caso en que se sumó sobre ambas polarizaciones del fotón, y cuyo trazo en esa figura lo denotamos con  $f_0$ .

Resumiendo, podemos determinar, que polarización lineal es más probable observarla para el fotón emitido, bajo las siguientes condiciones:

- Si el electrón saliente se encuentra en su estado fundamental de Landau, y además, el campo externo magnético tiende al valor del campo crítico; se observa de la Fig. 3 que, es más probable encontrar al fotón con la polarización  $\hat{\epsilon}^{(2)}$ . Es decir, el vector del campo eléctrico de la radiación se encuentra situado en el plano, formado por el vector  $\vec{k}$  y  $\vec{B}$ .
- Si el electrón incidente posee componente de momento en la dirección del campo magnético externo, v.g.,  $p_{i3} = 1$  Mev; se observa de la Fig. 4 que la distribución espectral-angular dominante, corresponde al fotón con polarización lineal  $\hat{\epsilon}^{(2)}$  y que está siendo emitido en la dirección  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ . Conociendo el grado de polarización de la radiación X emitida por una estrella pulsar, el observador puede determinar la inclinación del eje polar magnético de la misma. Este eje no siempre coincide con el eje de rotación (Ruder, 1984).

## 5 La Razón de Transición sin Polarización del Spin del Electrón y para dos Posibles Polarizaciones Circulares del Fotón Emitido

Los vectores unitarios que determinan las polarizaciones circulares de la radiación emitida los definimos de la siguiente forma:

$$\hat{\epsilon}^{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\epsilon}^1 \pm i\hat{\epsilon}^2) \quad (5.1)$$

donde el signo (+) entre paréntesis corresponde a la polarización circular derecha o dextrogiro y el signo (-) indica la polarización circular izquierda o levogira, respectivamente.

Por lo tanto, al considerar ambas polarizaciones circulares, obtenemos, a partir de la ecuación (3.2) la expresión

explícita para ese proceso, que es :

$$\begin{aligned}
 W_{N,N'}^{\pm} = & \frac{\alpha}{2} \int_0^{\pi} \frac{k \sin \theta d\theta}{E_i(E_i - k \sin^2 \theta - p_{i3} \cos \theta)} \left\{ \frac{1}{2}(E_i E_f - m^2 - p_{i3} p_{f3}) \right. \\
 & [(1 \mp \cos \theta)^2 I_{N-1,N'}^2(z) + (1 \pm \cos \theta)^2 I_{N,N'-1}^2(z)] \\
 & \pm p_{i3} p_f \sin \theta [(1 \mp \cos \theta) I_{N-1,N'}(z) I_{N-1,N'-1}(z) - (1 \pm \cos \theta) I_{N,N'}(z) I_{N,N'-1}(z)] \\
 & \pm p_{f3} p_i \sin \theta [(1 \mp \cos \theta) I_{N,N'}(z) I_{N-1,N'}(z) - (1 \pm \cos \theta) I_{N,N'-1}(z) I_{N-1,N'-1}(z)] \\
 & + \frac{1}{2} \sin^2 \theta (E_i E_f - m^2 + p_{i3} p_{f3}) (I_{N-1,N'-1}^2(z) + I_{N,N'}^2(z)) \\
 & \left. - p_i p_f \sin^2 \theta (I_{N-1,N'}(z) I_{N,N'-1}(z) + I_{N,N'}(z) I_{N-1,N'-1}(z)) \right\} \quad (5.2)
 \end{aligned}$$

donde el signo superior en  $W_{N,N'}$  corresponde a la polarización circular derecha y el signo inferior a la polarización circular izquierda.

Al sumar ambas expresiones verificamos nuevamente que se obtiene (3.6), como debe ser. Podemos graficar las funciones de transición  $f(k, \theta)$  para cada caso dado en la ecuación (5.2) (tomando  $p_{i3} = 0$  Mev). La Fig. 3 describe esa situación; en ella se muestra la distribución espectral-angular para cada una de las polarizaciones circulares, véase los trazos  $f_-$  y  $f_+$ . Notamos que la polarización circular  $\hat{\epsilon}^+$  se emite para  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ; mientras que la polarización circular  $\hat{\epsilon}^-$  es emitida para  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , ambas distribuciones son simétricas con respecto al plano  $x-y$ . Si sumamos las dos curvas en dicha figura, siempre obtenemos el trazo  $f_0$  de la Fig. 3, para el caso en que  $p_{i3} = 0$  Mev (o sea, el caso en que se ha sumado, tanto sobre la polarización del *spin* del electrón, como sobre las polarizaciones de la radiación emitida).

Adicionalmente, si el electrón tiene una componente de momento a lo largo del campo magnético, entonces, la emisión circular dominante será  $\hat{\epsilon}^-$ . Además, para el caso (Fig. 5), en que  $p_{i3} = 1$  Mev, se observa de que es más probable la emisión del fotón con polarización circular izquierda  $\hat{\epsilon}^-$  (aún mas probable que la radiación con polarización  $\hat{\epsilon}^2$ ). Si integramos numéricamente la función  $f(k, \theta)$  con respecto al ángulo  $\theta$ , para ambas polarizaciones, notamos, de acuerdo con el resultado de la integración que, los trazos de las curvas de la distribución espectral-angular son ambas iguales, tal y como se muestra en la Fig. 3. Por lo tanto, la contribución de las polarizaciones circulares desaparece, y solamente quedan las contribuciones de las polarizaciones lineales a la razón de transición. La contribución de mayor peso es la de los fotones con polarización  $\hat{\epsilon}^2$ .

En la Fig. 7 hemos trazado un corte en el plano  $z-y$ , a la distribución de radiación  $f(k, \sin \theta) \sin \theta$ , para diferentes niveles de Landau. Observamos de ella que si  $N$  aumenta, decrece la probabilidad de emisión. Sin embargo, la radiación se concentra más en el plano perpendicular al campo externo. Como consecuencia de ello, los procesos de radiación bajo condiciones de campo externo magnético fuerte, serán dominantes para números cuánticos de Landau bajos. Si adicionalmente se incrementa el momento inicial ( $p_{i3}$ ) del electrón a lo largo del eje del campo magnético, entonces, el cono de radiación tiende a alinearse a lo largo del eje del campo; tal como lo mostramos en la Fig. 9. Para transiciones entre niveles de Landau bajos, la radiación en esos casos cubre una área mayor, es decir, es más dispersa.

En la Fig. 8 mostramos el correspondiente cono de radiación emitida, para cuando el proceso ocurre en tres dimensiones. Las curvas de las Figs. 7 y 9, no son más que la proyección de ese cono sobre el plano  $z-y$ .

## 6 Conclusiones y Análisis

El cálculo presentado en las secciones anteriores, lo podemos aplicar ahora al problema del origen de la fuente de radiación no termal, producida en los polos magnéticos de las estrellas pulsares.

Un gran número de este tipo especial de estrella forman lo que se denomina un sistema binario, es decir, dos estrellas girando alrededor de su centro de masa; una de ellas es una estrella de neutrones y la otra una estrella de la serie normal de Hertzsprung, usualmente (Kopal, 1959), (Shapiro, 1986).

En esos sistemas, la estrella de neutrones succiona gravitacionalmente materia de su acompañante (Boerner, 1980), pero esa materia no puede depositarse inmediatamente sobre la superficie de la estrella de neutrones, sino se deposita en un disco alrededor del ecuador magnético de la misma, esperando ser engullida por la estrella de neutrones (es decir, cuando las condiciones de campo, velocidad y ángulo de caída, etc., cumplan ciertos requisitos entonces podrá depositarse sobre el polo magnético de la estrella).

Debido a que dicha estrella gira con gran velocidad-angular, el disco de materia acreta-gira por arrastre también. La materia del disco es un plasma electrónico que al girar alrededor de la estrella genera un enorme campo magnético dipolar. (El récord en magnitud del campo magnético de este tipo, lo sustenta la primera fuente de radiación X de la Constelación de Hércules, Her X-1,  $B = 5.3 \cdot 10^{12}$  Gauss, (Trümper *et al.*, 1977), (Trümper *et al.*, 1978). En una comunicación privada (abril de 1989), Staubert nos confirmó, que se han podido medir campos del orden de los  $10^{14}$  Gauss. Los datos confirmativos se están corroborando, debido a que fue un grupo ruso el que descubrió tal campo magnético.

Esa intensidad de campo magnético sólo se logra en una área de  $1 \text{ Km}^2$  aproximadamente, alrededor del polo magnético de la estrella pulsar; (Ruder *et al.*, 1984) además, es el lugar en donde se deposita el material accretado, succionado a su estrella acompañante. La temperatura de esa región es de 8-15 Kev aproximadamente. Ese plasma que cae al polo magnético que tiene esa la temperatura tan elevada, así como la intensidad del campo magnético tan intenso, permiten el estudio de los procesos de radiación bajo condiciones extremas. Es muy posible que en esa región polar se puedan generar; si las condiciones se satisfacen, fuertes emisiones de radiación  $\gamma$  pulsadas, observadas regularmente en el Universo; (Mazets *et al.*, 1981) y que sólo se pueden explicar, si ha ocurrido un cataclismo en dicha región.

Electrones (positrones) moviéndose dentro de un campo magnético, (que fue generado por ellos mismos al moverse), emiten radiación de frenado bajo condiciones de campo externo muy fuerte. De ahí, la aplicabilidad de nuestro cálculo.

Esas partículas constituyentes del plasma al estar dentro de un campo magnético, se mueven en los denominados niveles de Landau (macroátomos magnéticos) y es posible que la transición de un nivel de Landau a otro, sea causante de la radiación X que se observa en el espectro de Her X-1.

Si analizamos la transición de  $N = 1$  a  $N' = 0$ , podemos descartar de nuestro análisis, las contribuciones provenientes de los elementos de matriz en los que el electrón saliente (es decir, después de haber hecho la transición) queda polarizado con un *spin* orientado a lo largo del campo magnético externo, debido a que su contribución es varios órdenes de magnitud más pequeña que los orientados contra el campo, siempre y cuando la magnitud de ese campo sea del orden  $B = 0.12 B_{\text{crit}}$ . Lo anteriormente apuntado también es válido para las transiciones de  $N = 3, 2$  hacia  $N' = 0$ . De ahí que, nuestras evaluaciones numéricas las hacemos tomando siempre los elementos de matriz con las polarizaciones de *spin* del electrón (2, 2) y (1, 2).

Para ello evaluamos la energía promedio emitida de la radiación, para la transición entre los niveles de Landau  $N = (3, 2, 1)$  hacia  $N' = 0$ , de acuerdo con la siguiente definición:

$$\langle E_{\text{tot}} \rangle = \frac{\int_0^\pi k W_{N,N'} d\theta}{\int_0^\pi W_{N,N'} d\theta}$$

Con las fórmulas (3.2), (4.2), (4.3) podemos evaluar la contribución de las diferentes polarizaciones al espectro de Her X-1. Suponemos que el proceso está ocurriendo en presencia de un campo magnético de  $0.12 B_{\text{crit}}$ ; además, para simplificar la interpretación suponemos que  $p_{i3} = 0$ . Los resultados obtenidos están en las Tablas 1 y 2.

Nivel de Landau	Polarización del Electrón (2, 2)	
	$N' = 0$	$N' = 1$
$N = 1$	$56.71 \pm 9.2 \cdot 10^{-4}$ Kev	
$N = 2$	$115.64 \pm 5.7 \cdot 10^{-3}$ Kev	$51.59 \pm 6.9 \cdot 10^{-4}$ Kev
$N = 3$	$155.44 \pm 3.6 \cdot 10^{-3}$ Kev	$98.94 \pm 1.8 \cdot 10^{-3}$ Kev

**Tabla 1.** Valores de la energía promedio de transición para el Bremsstrahlung en primera aproximación de Born para las transiciones entre los niveles de Landau  $N = 1, 2, 3$  y  $N' = 0, 1$ . Las transiciones hacia el estado base  $N = 0$  caracterizan el espectro de Her X-1. Estos valores teóricos coinciden con los observados en el espectro de esa estrella pulsar. Para los valores de ésta tabla, la polarización del *spin* del electrón antes y después de la emisión apunta en la dirección contraria al campo magnético externo, y lo indicamos con (2, 2).

Nivel de Landau	Polarización del Electrón (1, 2)	
	$N' = 0$	$N' = 1$
$N = 1$	$56.71 \pm 9.2 \cdot 10^{-4}$ Kev	
$N = 2$	$116.55 \pm 2.5 \cdot 10^{-3}$ Kev	$51.60 \pm 6.9 \cdot 10^{-4}$ Kev
$N = 3$	$155.44 \pm 3.6 \cdot 10^{-3}$ Kev	$98.94 \pm 1.8 \cdot 10^{-3}$ Kev

**Tabla 2.** Los valores de las principales líneas en el espectro de Her X-1, se obtienen para las transiciones hacia el estado fundamental de Landau  $N' = 0$ , coincidiendo el cálculo teórico con los datos obtenidos para esa pulsar. La mayor contribución, si el campo externo magnético es de  $5.3 \cdot 10^{12}$  Gauss, se obtiene cuando el spin del electrón después de caer al estado base, está orientado contra el campo externo.

Para el caso en que el electrón se encuentre orientado (su *spin* total) contra el campo magnético después de la emisión y, si la radiación no está polarizada, el valor promedio de la energía emitida es

$$\langle E_{\text{tot}} \rangle = 56.71 \pm 9.2 \cdot 10^{-4} \text{ Kev}$$

para la transición de  $N = 1$  hacia  $N' = 0$ . Los valores de la energía promedio para la transición de  $N=1$  a  $N'=0$  son iguales para ambas posibles orientaciones del *spin* total del electrón incidente. Si la transición es de  $N = 2$  hacia  $N' = 0$ , el valor de energía promedio que obtenemos utilizando un campo externo de  $5,73 \cdot 10^{12}$  Gauss es de:

$$\langle E_{\text{tot}} \rangle = 115.96 \text{ Kev.}$$

Para la transición de  $N = 3$  hacia  $N' = 0$  obtenemos un valor promedio de energía de:

$$\langle E_{\text{tot}} \rangle = 155.44 \text{ Kev.}$$

Todos estos valores de energía se encuentran dentro de los valores experimentales para esas transiciones, de acuerdo a (Trümper *et al.*, 1977), (Trümper *et al.*, 1978), en Her X-1 (véase la Tabla 3). Un valor de  $58 \pm 12$  Kev es obtenido por (White, 1980), (Herold *et al.*, 1982), (Herold *et al.*, 1984) para la transición de  $N = 1$  hacia  $N' = 0$ , siguiendo un método de cálculo diferente al nuestro. Eso nos permite asegurar con confiabilidad de que, esas líneas en el espectro de Her X-1 se deben a la transición entre los niveles de Landau  $N = (3, 2, 1)$  hacia  $N' = 0$ , para los electrones, por el frenado que sufren ellos al moverse dentro del campo magnético de esa estrella.

De acuerdo con (Ubertini *et al.*, 1981), el detector 1 de su experimento da una lectura para el primer pico, en el espectro de Her X-1 de  $56 \pm 5.5$  Kev.

En la Tabla 3 mostramos un somero desarrollo histórico sobre la detección del espectro en la estrella Her X-1. En él apuntamos dos épocas bien definidas. La primera fase estuvo caracterizada por la detección de eventos hasta un máximo de 30 Kev para dicho espectro. La segunda fase empieza con los vuelos de los detectores en globos de gran altura entre 1976-1977, dirigidos por (Trümper *et al.*, 1977), (Trümper *et al.*, 1978), con logros

importantes como la detección de la líneas de 58 Kev y de 110 Kev, para ese espectro, así como, la determinación del campo magnético de Her X-1, con una intensidad de  $0.12 \cdot B_{\text{crit}}$  ( el campo magnético más grande detectado hasta ahora ).

Observador	Espectro de Líneas de Her X-1		
	~ 58 Kev	~ 110 Kev	~ 155 Kev
<i>Durouchoux</i> 1975	$57.5 \pm 7.5$ Kev		$135 \pm 10$ Kev
<i>Trümper</i> 1976	$55.4 \pm 11.5$ Kev	~ 110 Kev	
<i>Trümper</i> 1977	$58.5 \pm 5$ Kev	~ 110 Kev	
<i>Coe et al.</i> 1977	$64 \pm 6$ Kev		
<i>Dennis</i> 1978	~ 60 Kev		~ 135 Kev
<i>Mattelson</i> 1978	~ 60 Kev		
<i>Pravdo</i> 1979	~ 60 Kev		
<i>Manchanda</i> 1981	$56^{+5.5}_{-7.5}$ Kev	~ 110 Kev	~ 155 Kev
<i>Ubertini</i> 1981	$56^{+5.5}_{-7.5}$ Kev	~ 110 Kev	~ 155 Kev
<i>Tueller</i> 1981	$62.^{+1.6}_{-1.9}$ Kev		

**Tabla 3.** Un resumen de los resultados principales sobre la estrella pulsar Her X-1. A excepción de los datos de (*Dennis et al.*, 1978) quien obtuvo su información de HEAO-1 (High Energy Astronomical Observatory), el resto ha sido obtenido con vuelos de globos de gran altura (~ 42 Km). En 1972 ( véase esta cita para esa información, *Brecher et al.*, 1978) obtuvieron información sobre una línea en dicho espectro a 25 Kev.

Con el mejoramiento de los detectores de radiación X se ha logrado establecer claramente los picos de 110 Kev y de 155 Kev en ese espectro, aunque las barras de error son considerables, véase la Fig. 9.

Quisiéramos también enfatizar que, la variación en los valores del pico de 58 Kev, se debe principalmente a que cambia la ubicación de Her X-1 con respecto a su acompañante óptico A7-80, no sólo por la rotación mutua de ambas estrellas, sino también por la oscilación del disco de acreción alrededor de Her X-1 que afectan el flujo de fotones que inciden sobre los detectores, y que en ambos casos, hace que disminuya el flujo de fotones, afectando así los parámetros de los detectores usados; aunque a éstos se les haya sustraído el fondo de interferencia, para evitar falsas lecturas. Es por eso que, se han definido tres fases para la evolución del sistema binario de Her X-1 y de su acompañante; ellas son: 'on-state', 'short on-state' y 'off-state' †. El ciclo completo tiene un período de 35 días. Así, dependiendo de cuando se hace la detección del flujo de fotones, los valores de los picos mencionados, pueden variar ligeramente. En la Tabla 4 se describe las variaciones

† on-state= estado de conexión; short on-state= estado corto de conexión; off-state= estado desconectado

del pico de 58 Kev para Her X-1, tomando los datos de HEAO-1, para diferentes días de 1978.†

Día de 1978	Flujo de Fotones y Energía	
	Intensidad	Energía
55	$1.20 \pm 0.21$	$59.6 \pm 1.8$ Kev
58	$1.11 \pm 0.21$	$60.0 \pm 1.6$ Kev
59	$0.21 \pm 0.17$	$61.4 \pm 6.8$ Kev

**Tabla 4.** Las variaciones de flujo de fotones para Her X-1 influyen en el valor de la energía para la transición de  $N = 1$  a  $N' = 0$ . Las unidades del flujo de fotones está medido en  $10^{-3}$  fotones/cm<sup>2</sup>seg. Los datos de esta tabla han sido tomados de HEAO-1. Las causas en la variación del flujo de fotones se debe a que tratamos con un sistema binario de estrellas, y adicionalmente, Her X-1 posee un disco de materia acretaada oscilante.

Para finalizar, queremos resaltar de nuevo el hecho que con los parámetros adecuados, nuestro cálculo puede ser aplicado al proceso de radiación de frenado, reproduciendo los aspectos principales de los datos, obtenidos por los observadores de las estrellas pulsares, en el ámbito de los rayos X.

El interés actual sobre Her X-1 se centra principalmente en sus emisiones de rayos  $\gamma$  pulsantes, de ahí la poca información sobre los reconocidos picos de su espectro en el ámbito de los rayos X. Hasta tanto no se solucionen los problemas con el satélite ROSAT, debemos darnos por satisfechos con la información proporcionada por HEAO.

Otro aspecto importante de nuestro cálculo es que, en la región de 10-200 Kev, nos permite con confianza analizar cualquier aspecto anómalo de los espectros de esos entes compactos magnéticos; v.g., las características a 20 y 40 Kev en dos eventos de rayos  $\gamma$  pulsados detectados por GINGA (satélite japonés con detectores de rayos  $\gamma$ ), en 1988, los podemos apuntar como eventos producidos por transiciones de la armónica fundamental y secundaria del proceso ciclotrónico (Murakami *et al.*, 1988). Resultados sobre este análisis en particular lo presentaremos en otro lugar.

† Nuevos datos sobre Her X-1 se esperan obtener con el satélite ROSAT, cuyo envío al espacio se ha atrasado ya 3 años y aún se hace esperar (Trümper, 1986).

## APENDICE A: Función de Onda Radial y Algebra Espinorial (Spinor Algebra)

La solución de la ecuación de Dirac

$$(i\partial_\mu \gamma^\mu - eA_\mu \gamma^\mu - \kappa_0)\phi = 0$$

con el potencial vectorial de la forma  $A_i = -\frac{B}{2}\epsilon_{ik}x_k$ , con  $i,k=1,2$  y  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0$ ,  $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1$ ; depende de la orientación de la componente del *spin* con respecto al campo magnético. Podemos tener múltiples expresiones de espinores (*spinors*) que dependen de la proyección hecha a las componentes del *spin*, v.g., la tercera componente del *spin*, el *spin* total, etc. Para otras posibilidades de proyecciones de esas componentes, véase (Sokolov *et al.*, 1968), (Sokolov *et al.*, 1956), (Sokolov *et al.*, 1960), (Ternov *et al.*, 1964).

La dependencia radial de la función de onda obtenida de la ecuación de arriba, y utilizada en las ecuaciones (2.4a) y (2.4b), es la siguiente:

$$\chi(\rho) = \begin{pmatrix} I_{N-1,S}(\rho)e^{i(t-1)\varphi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & iI_{N,S}(\rho)e^{i(t)\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{N-1,S}(\rho)e^{i(t-1)\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & iI_{N,S}(\rho)e^{i(t)\varphi} \end{pmatrix}, \quad (A.1)$$

donde  $I_{N,S}(\rho)$  está construida con las funciones generalizadas de Laguerre, definidos como:

$$I_{N,S}(\rho) = \sqrt{\frac{S!}{N!}} e^{-\rho/2} \rho^{(N-S)/2} L_S^{N-S}(\rho). \quad (A.2)$$

La función  $L_S^{N-S}(\rho)$  es la función de Laguerre, apéndice B (Magnus *et al.*, 1966).

Nuestro interés es solamente el trabajar con el *spin* total alineado a lo largo del campo magnético externo. En las expresiones que continúan, haremos uso de las relaciones siguientes:

$$E = K = \sqrt{k_0^2 + k_3^2 + 4\gamma N} = \sqrt{m^2 + k_3^2 + 4\gamma N}.$$

$$E_0 = K_0 = \sqrt{k_0^2 + 4\gamma N} = \sqrt{m^2 + 4\gamma N}.$$

donde  $\gamma$  está relacionado con el campo magnético de la siguiente forma  $\gamma = \frac{eB}{2}$ ,  $\kappa_0 = m$  y  $N$  representa el número del nivel de Landau con que se trabaja. Los espinores (*spinors*) para este caso son los siguientes:

*spin* para arriba ('spin up') para la partícula:

$$U^1(k) = \frac{1}{2\sqrt{2K_0K_0}} \begin{pmatrix} (\sqrt{K+k_3} + \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \\ (\sqrt{K-k_3} - \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \\ (\sqrt{K+k_3} - \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \\ (\sqrt{K-k_3} + \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \end{pmatrix}. \quad (A.3)$$

*spin* total orientado contra el campo externo magnético para la partícula ('spin down');

$$U^2(k) = \frac{1}{2\sqrt{2KK_0}} \begin{pmatrix} (\sqrt{K+k_3} - \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \\ (\sqrt{K-k_3} + \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \\ (\sqrt{K+k_3} + \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \\ (\sqrt{K-k_3} - \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \end{pmatrix} \quad (A.4)$$

Los espinores (*spinors*) para la partícula con energía negativa y para ambas orientaciones de *spin* son los siguientes:

*spin* para arriba ('spin up');

$$V^1(k) = \frac{1}{2\sqrt{2KK_0}} \begin{pmatrix} -(\sqrt{K+k_3} - \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \\ -(\sqrt{K+k_3} + \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \\ (\sqrt{K-k_3} + \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \\ (\sqrt{K+k_3} - \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \end{pmatrix} \quad (A.5)$$

*spin* para abajo ('spin down');

$$V^2(k) = \frac{1}{2\sqrt{2KK_0}} \begin{pmatrix} (-\sqrt{K+k_3} + \sqrt{K-k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \\ -(\sqrt{K-k_3} + \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \\ -(-\sqrt{K-k_3} - \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0-k_0} \\ (\sqrt{K-k_3} - \sqrt{K+k_3}) \cdot \sqrt{K_0+k_0} \end{pmatrix} \quad (A.6)$$

Estos espinores (*spinors*) obedecen las siguientes relaciones:

$$\Lambda_+(\vec{p}) = U^1(\vec{p})\overline{U^1(\vec{p})} + U^2(\vec{p})\overline{U^2(\vec{p})} = \frac{1}{2E} \cdot (m + \gamma^0 E - \gamma^3 p_3 - \gamma^1 \cdot \sqrt{4\gamma N}), \quad (A.7)$$

$$\Lambda_-(\vec{p}) = V^1(\vec{p})\overline{V^1(\vec{p})} + V^2(\vec{p})\overline{V^2(\vec{p})} = -\frac{1}{2E} \cdot (m - \gamma^0 E + \gamma^3 p_3 + \gamma^1 \cdot \sqrt{4\gamma N}). \quad (A.8)$$

Si aplicamos  $\Lambda_{\pm}(\vec{p})$  a las soluciones de la ecuación de Dirac uno obtiene o sólo soluciones con frecuencia positiva (partícula), o sólo soluciones con frecuencia negativa (partícula con energía negativa); esto significa que

$$\Lambda_+(\vec{p})U^r(\vec{p}) = \frac{m}{E}U^r(\vec{p}) \quad (A.9a)$$

$$\Lambda_-(\vec{p})V^r(\vec{p}) = \frac{m}{E}V^r(\vec{p}) \quad (A.9b)$$

Estos operadores de proyección satisfacen las siguientes relaciones:

$$\Lambda_{\pm}(\vec{p}) \cdot \Lambda_{\mp}(\vec{p}) = 0, \quad [\Lambda_+(\vec{p})]^2 = \frac{m}{E}\Lambda_+(\vec{p}), \quad (A.10a)$$

$$\Lambda_{\pm}(\vec{p}) - \Lambda_{\mp}(\vec{p}) = \frac{\pm m}{E}, \quad [\Lambda_-(\vec{p})]^2 = \frac{-m}{E}\Lambda_-(\vec{p}), \quad (A.10b)$$

$$\sum_{s=1}^2 (U_{\alpha}^{(s)}(\vec{p})\overline{U_{\beta}^{(s)}(\vec{p})} - V_{\alpha}^{(s)}(\vec{p})\overline{V_{\beta}^{(s)}(\vec{p})}) = \frac{m}{E}(1)_{\alpha,\beta}. \quad (A.10c)$$

De las relaciones anteriores podemos resaltar el siguiente comentario, que es siempre válido para las soluciones de la ecuación de Dirac, y que en nuestro caso aparece de forma explícita : las soluciones para las partículas por si solas, no forman un sistema completo; ibídem para las antipartículas; de ahí que, para tener completitud, hay que considerar siempre ambas soluciones.

Los operadores  $\Lambda_{\pm}(\vec{p})$  no son iguales a la matriz unitaria, aunque si tienen otras propiedades de los operadores de proyección.

Las reglas de estos operadores son:

$$\gamma^0 \Lambda_{\pm}^{\dagger}(\vec{p}) \cdot \gamma^0 = (\pm \frac{m}{E}) \Lambda_{\pm}(\vec{p}), \quad (A.11a)$$

$$\Lambda_{\pm}(\vec{p}) \cdot \gamma^0 \Lambda_{\pm}^{\dagger}(\vec{p}) = \gamma^0 \Lambda_{\pm}^{\dagger}(\vec{p}), \quad (A.11b)$$

$$\Lambda_{+}(\vec{p}) \cdot \Lambda_{\pm}^{\dagger}(\vec{p}) = \gamma^0 \Lambda_{\pm}^{\dagger}(\vec{p}), \quad (A.11c)$$

$$\overline{U^{(s)}(\vec{p})} \cdot U^{(r)}(\vec{p}) = \frac{m}{E} \delta_{sr}, \quad (A.11d)$$

$$\overline{V^{(s)}(\vec{p})} \cdot V^{(r)}(\vec{p}) = \frac{-m}{E} \delta_{sr}. \quad (A.11e)$$

## APENDICE B

Para el cálculo de la probabilidad de transición necesitamos conocer las integrales  $I_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  que presentamos a continuación (Gradshteyn *et al.*, 1965).

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\phi e^{-ik\rho \sin \theta \cdot \cos(\varphi - \phi)} \cdot I_{N', S'}(\rho) I_{N-1, S}(\rho) e^{-i(l'-l+1)\phi} \\ &= 2\pi i^{3(l-l'+1)} e^{-i(l'-l+1)\varphi} \cdot I_{N-1, N'}(\xi) I_{S, S'}(\xi). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\phi e^{-ik\rho \sin \theta \cdot \cos(\varphi - \phi)} \cdot I_{N'-1, S'}(\rho) I_{N, S}(\rho) e^{-i(l'-l-1)\phi} \\ &= 2\pi i^{3(l-l'+1)} e^{-i(l'-l-1)\varphi} I_{N, N'-1}(\xi) I_{S, S'}(\xi). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\phi e^{-ik\rho \sin \theta \cdot \cos(\varphi - \phi)} \cdot I_{N'-1, S'}(\rho) I_{N-1, S}(\rho) e^{-i(l'-l)\phi} \\ &= 2\pi i^{3(l-l')} e^{+i(l-l')\varphi} I_{N-1, N'-1}(\xi) I_{S, S'}(\xi). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_4 &= \int_0^\infty d\rho \int_0^{2\pi} d\phi e^{-ik\rho \sin \theta \cdot \cos(\varphi - \phi)} \cdot I_{N', S'}(\rho) I_{N, S}(\rho) e^{-i(l'-l)\phi} \\ &= 2\pi i^{3(l-l')} e^{+i(l-l')\varphi} I_{N, N'}(\xi) I_{S, S'}(\xi). \end{aligned}$$

donde el argumento de las funciones generalizadas de Laguerre es:

$$\xi = k^2 \sin^2 \theta / 4\gamma.$$

Algunas otras propiedades de la función generalizada de Laguerre  $I_{N, S}(\rho)$  las enlistamos a continuación:

1)

$$\int_0^\infty d\rho I_{N, S}^2(\rho) = 1$$

2)

$$\int_0^\infty d\rho \sqrt{\rho} I_{N-1, S}^2(\rho) = \sqrt{N} \left( 1 + \frac{S + \frac{1}{2}}{4N} \right)$$

3)

$$\int_0^\infty d\rho \rho I_{N-1, S}^2(\rho) = \left( N + S + \frac{1}{2} \right)$$

4)

$$\int_0^{\infty} d\rho J_{l-l'}(2\sqrt{z\rho}) I_{N',S'}(\rho) I_{N,S}(\rho) = I_{N,N'}(z) I_{S,S'}(z)$$

$$N' = l' + S'$$

$$N = l + S$$

$$z = \frac{x^2 \sin^2 \theta}{4\gamma}$$

5)

$$\sum_{s'=0}^{\infty} I_{S,S'}^2(z) = 1$$

6)

$$\sum_{s'=0}^{\infty} I_{S,S'}(z) I_{S'',S'}(z) = \delta_{s,s''}$$

7)

$$(S' - S) I_{S,S'}(z) = z I_{S,S'}(z) - \sqrt{\frac{S+1}{z}} I_{S+1,S'}(z) - \sqrt{\frac{S}{z}} I_{S-1,S'}(z)$$

8)

$$\sum_{s'=0}^{\infty} (S' - S) I_{S,S'}^2(z) = z$$

9)

$$\int_0^{\infty} d\rho I_{N',S'}(\rho) I_{N,S}(\rho) \delta_{l,l'} = \delta_{N',N} \delta_{S',S}$$

10)

$$\sum_{s=0}^{\infty} I_{N,S}(\rho) I_{N,S}(\rho') = \frac{1}{2\omega\rho} \delta(\rho - \rho')$$

11)

$$\sum_{N=0}^{\infty} \sqrt{N} I_{N,S}(\rho) I_{N-1,S}(\rho') = \sqrt{\rho} \left( \frac{d}{d\rho} + \frac{l}{2\rho} + \frac{\rho}{2} \right) \delta(\rho - \rho')$$

FIG. 1

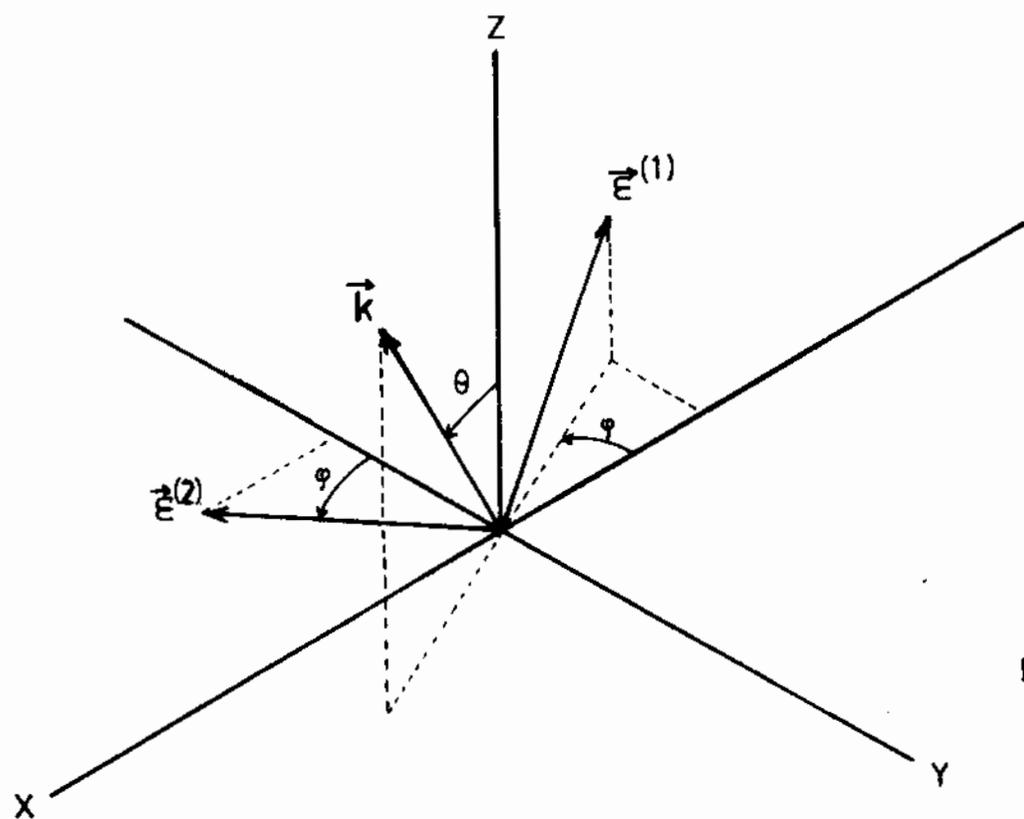
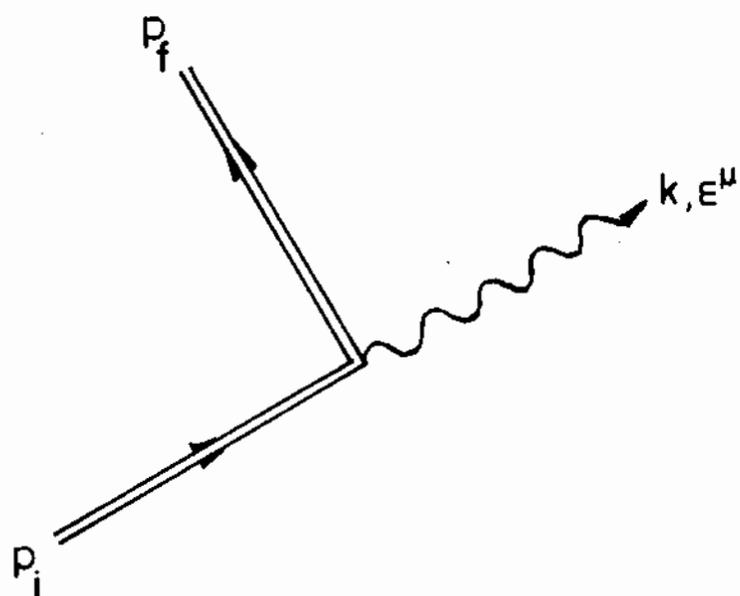


FIG. 2

FIG. 4

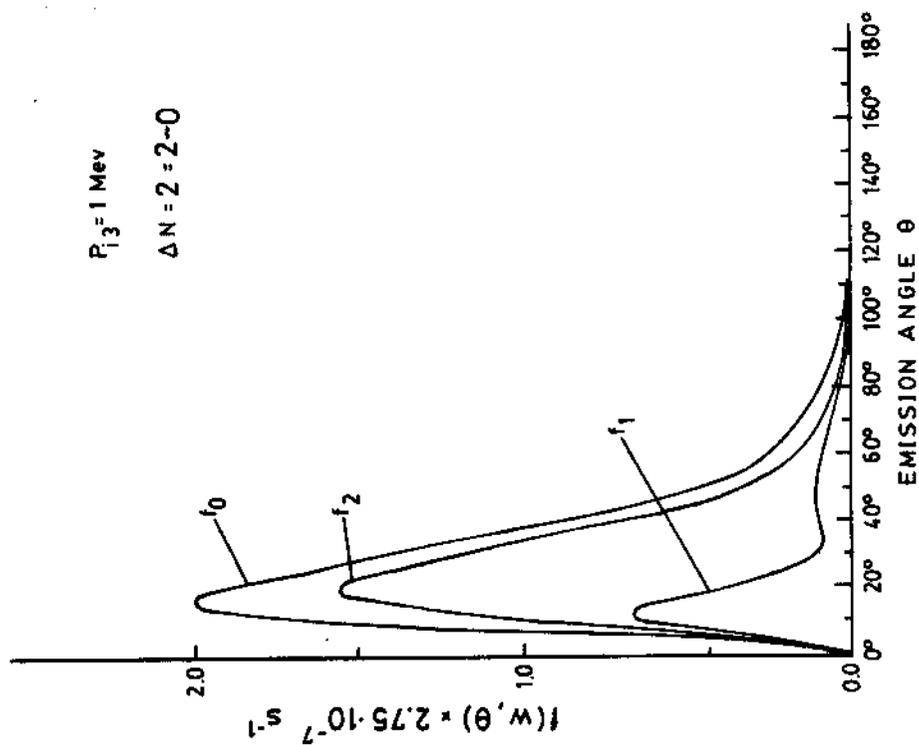


FIG. 3

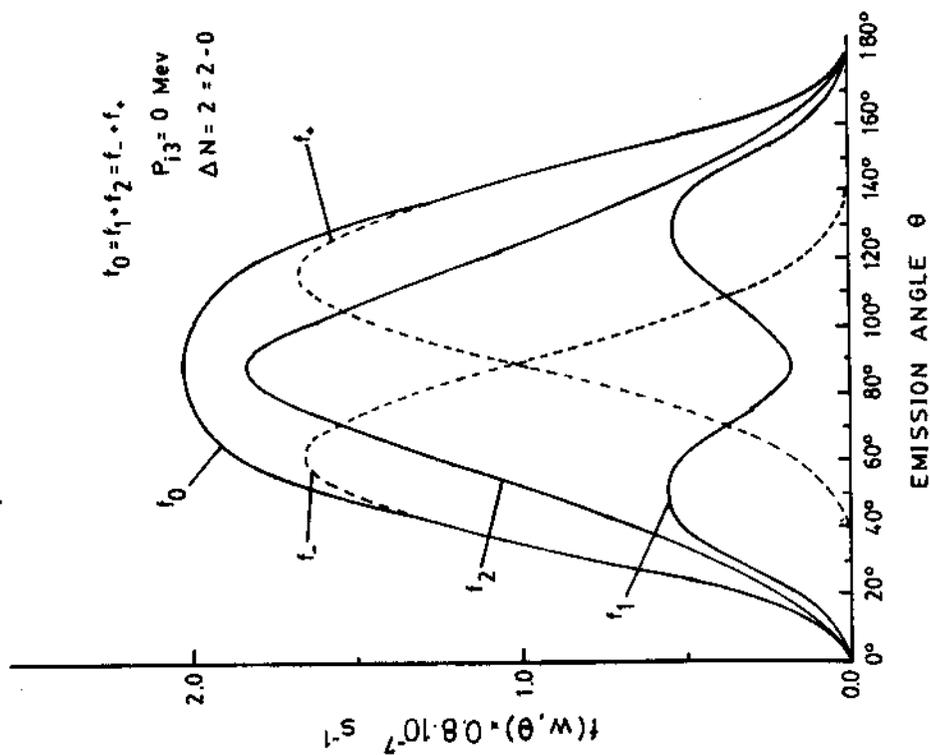


FIG. 5

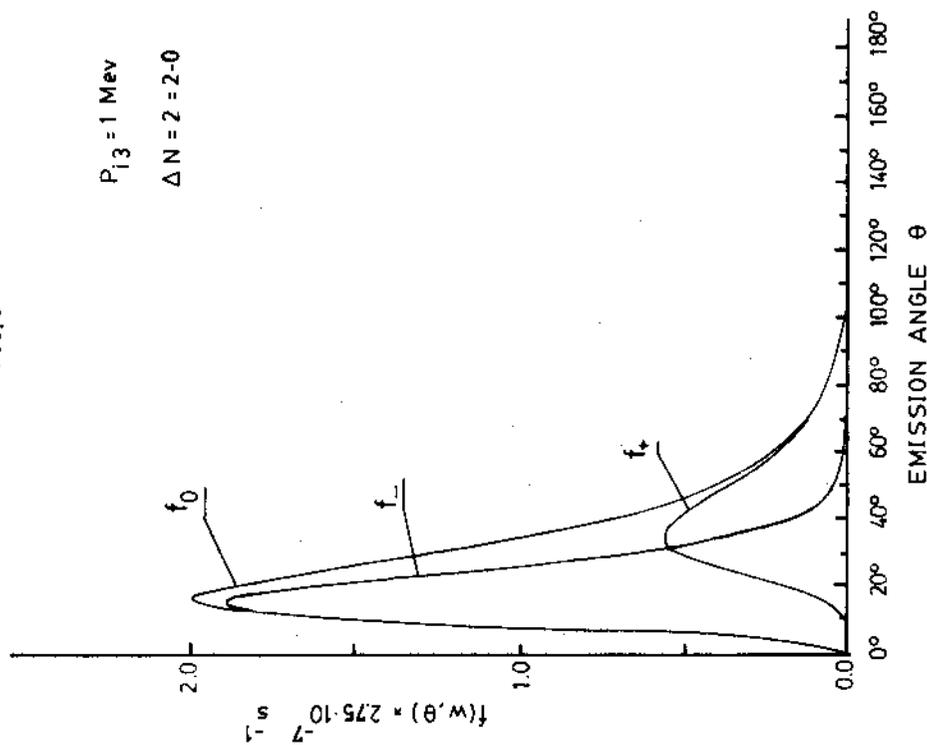
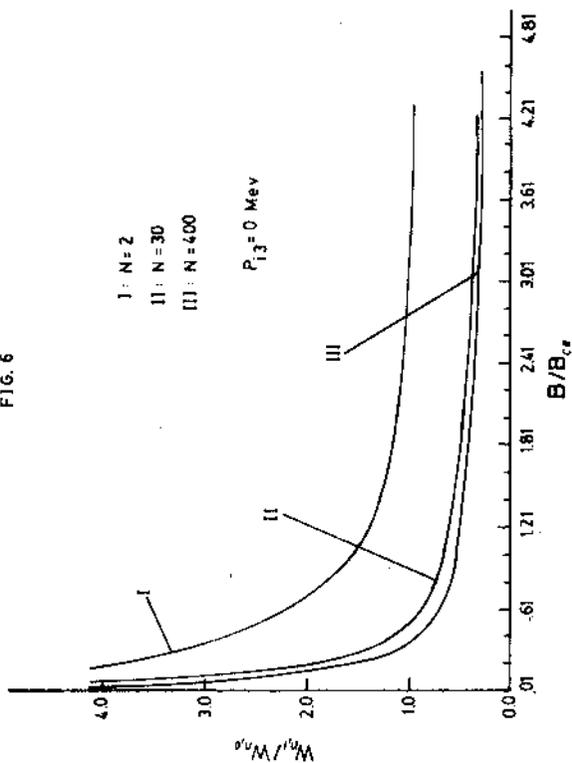


FIG. 6



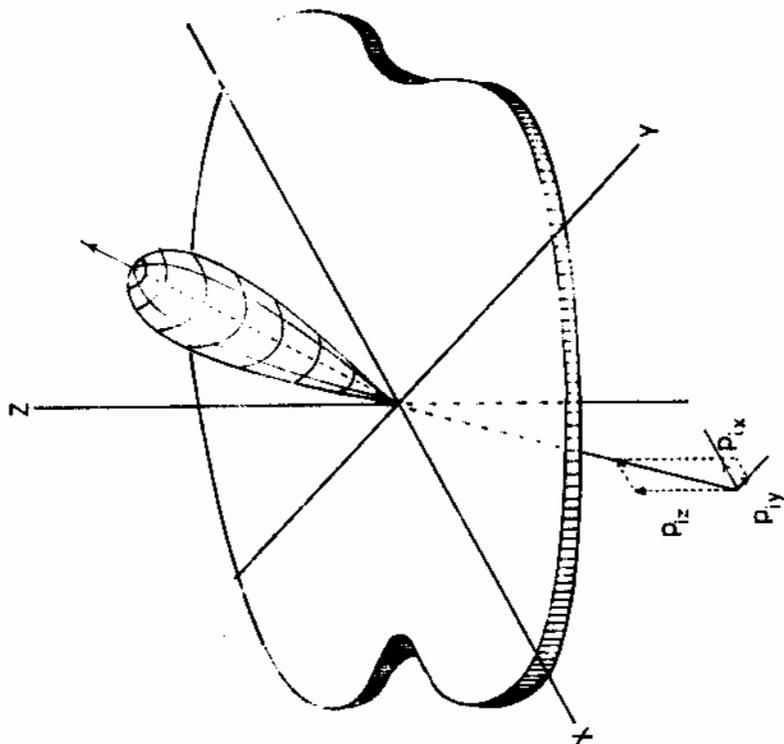


FIG. 8

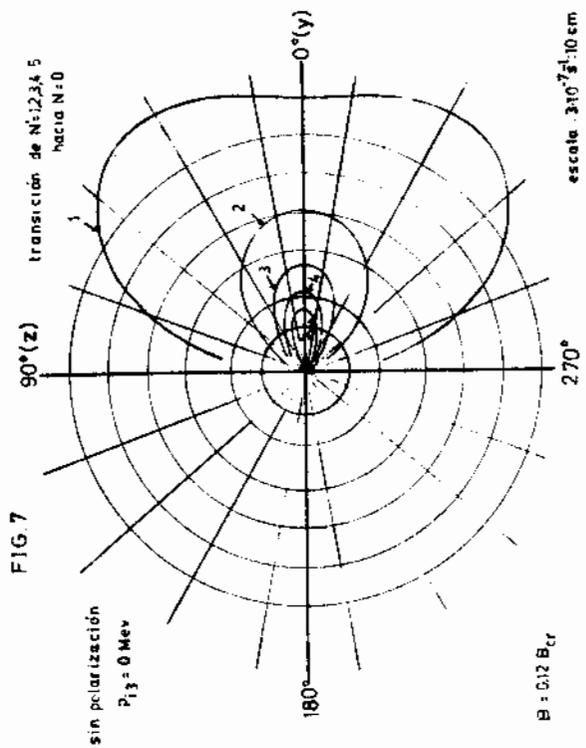


FIG. 7

FIG.10

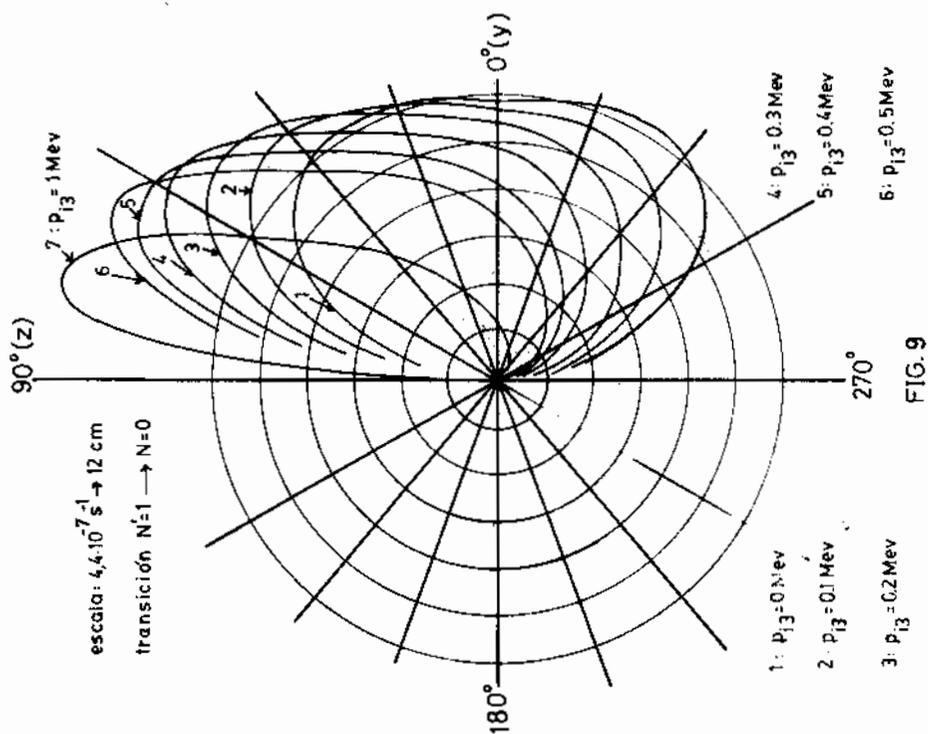
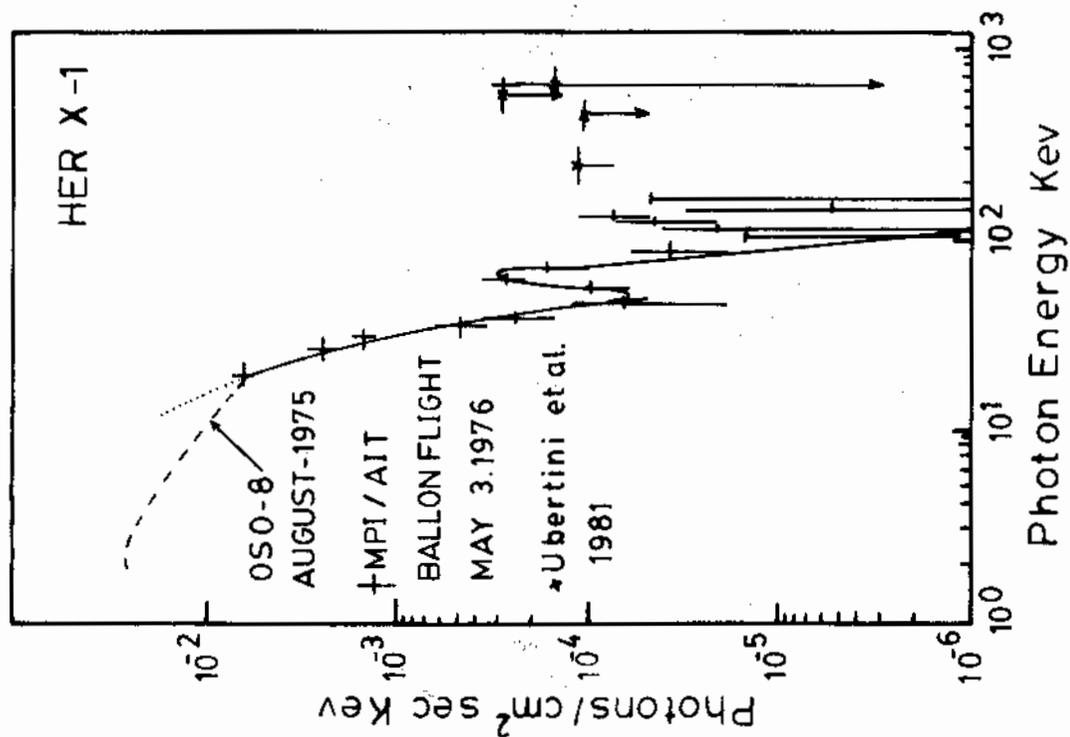


FIG.9

## Pie de Figura

- Fig. 1:** Gráfico de Feynmann en primer orden para la radiación de frenado en presencia de un campo externo magnético, homogéneo y constante. Las líneas dobles representan al electrón incidente y saliente (soluciones exactas de la ecuación de Dirac para ese campo externo), con momentos para el electrón  $p_i$  y  $p_f$  respectivamente; momento  $k$  y polarización  $\epsilon^\mu$  para el fotón emitido, al ser frenado el electrón por el campo magnético.
- Fig. 2:** Representación del vector de propagación del fotón  $\vec{k}$  y los correspondientes vectores de polarización lineal  $\hat{\epsilon}^1$  y  $\hat{\epsilon}^2$ .
- Fig. 3:** La distribución espectral-angular de la radiación en función del ángulo de emisión  $\theta$ . Se ha considerado sólo la transición de  $N = 2$  hacia  $N' = 0$ . La magnitud del campo externo es de  $0.12 B_{\text{crit}}$ .  $f_0$  es la distribución espectral-angular cuando no consideramos ni la polarización del *spin* del electrón ni la del fotón.  $f_1$  y  $f_2$  son las distribuciones para el fotón con polarización lineal  $\hat{\epsilon}^1$  y  $\hat{\epsilon}^2$  respectivamente, cuando se suma sobre la polarización del *spin* del electrón.  $f_+$  y  $f_-$  son los correspondientes trazos para las distribuciones espectral-angulares para el fotón polarizado a la derecha ( $\hat{\epsilon}^+$ ) y a la izquierda ( $\hat{\epsilon}^-$ ) respectivamente. Se ha supuesto que  $p_{i3} = 0$ .
- Fig. 4:** La distribución espectral-angular de la radiación de frenado cuando el electrón inicial tiene momento  $p_{i3} = 1$  Mev. Las funciones  $f_0$ ,  $f_1$  y  $f_2$  se desplazan hacia valores de ángulos de emisión más pequeños y su contribución mayor está ubicada entre  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ . Suponemos también transición con  $\Delta N = 2$  entre los niveles de Landau y si sumamos sobre las posibles polarizaciones *spin* del electrón. La polarización dominante es  $\hat{\epsilon}^2$ ; su función de transición corresponde al trazo de  $f_2$ .
- Fig. 5:** La distribución espectral-angular para la radiación polarizada circularmente, si el momento inicial del electrón es  $p_{i3} = 1$  Mev. La radiación polarizada a la izquierda es dominante, con respecto a la polarizada a la derecha.
- Fig. 6:** Dependencia de la razón de las probabilidad de transición en función del campo magnético externo, si sumamos sobre la orientación del *spin* del electrón. Para valores de campo mayores que  $B_{\text{crit}}$  se observa la dominancia de las transiciones de pasar hacia el estado base, si los estados de Landau son altamente excitados (aunque no es un requisito indispensable).
- Fig. 7:** Variación de la función  $f(k, \theta) \sin \theta$  en función del ángulo  $\theta$  representada en el plano  $z$ - $y$ . Muestra que si se incrementa la energía del fotón emitido, el cono de emisión se hace más estrecho, y en un eje del plano  $x$ - $y$ . Dicha radiación está siendo emitida perpendicularmente al campo magnético.
- Fig. 8:** Representación esquemática del cono de radiación de frenado. El campo magnético está orientado a lo largo del eje  $z$ .
- Fig. 9:** La dependencia de la función  $f(k, \theta) \sin \theta$  para diferentes valores del momento inicial del electrón, si la transición durante el frenado es de  $N = 1$  hacia  $N' = 0$ .

Para valores crecientes del momento  $p_{i3}$ , la distribución de la radiación tiende a ubicarse más orientada a lo largo del campo magnético, en el plano  $z-y$ . La intensidad del campo externo es de  $0.12 B_{crit}$ . Se sumó sobre ambas polarizaciones del fotón y la del *spin* se mantuvo durante el proceso como (2, 2).

**Fig. 10:** El espectro de los picos principales de la estrella pulsar Her X-1, según diferentes autores. Las barras de error de los picos de 110 y de 155 Kev, aún son grandes; pero si son una estructura definida del espectro. Para valores entre 10 a 120 Kev, tanto los puntos obtenidos por (Trümper et al,1977), (Trümper et al., 1978) como los de (Ubertini et al.,1981) coinciden. El mayor rango de energía del experimento de Ubertini le permite definir mejor el pico de 155 Kev.

## Literatura Citada

- Anzer, U., Börner, G. and Meyer-Hoffmeister, E., The influence of external magnetic fields on the structure of thin accretations disks; *Astron. Astrophys.* **188** (1987) 85.
- Baier, V. N., Katkov, V. M. and Strakhovenko, V. M.; Anomalous magnetic moment of the electron in a magnetic field; *Letters N. C.* **15** (1976) 149.
- Bassani, L., A.J. Dean, G. Di Cocco, F. Perotti and J.B. Stephen; Gamma-ray observations of Cygnus-X-1; *Astrophys. J.* **343** (1989), 313-316.
- Blaes O., Blandford, P. Goldreich and P. Madau; Neutron starquake models for gamma-ray bursts; *Astrophys. J.* **343** (1989) 839-848.
- Bjorken, J. D. and Drell, S. D.; *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, New York, 1965.
- Börner, G; X-rays from neutron stars; *Phys. Reports* **60** (1980) 152.
- Brecher, K. and Ulmer, M. P.; X-ray lines and magnetic field of Her-X1; *Nature* **271** (1977) 135.
- Canuto, V. and Ventura, J., *Fundamental Cosmic Phys.*, **2** (1977) 203
- Canuto V., Chiu H. Y., Fassio-L.; Electron Bremsstrahlung in intense magnetic fields; *Phys. Rev.* **185** (1969) 1607
- Cheng, K.S. and Malvin Ruderman; High energy astrophysics; *Astrophys. J.* **337** (1989) L77-79.
- Coe, M., Engel, A., Quenby, J. and Dyer, C.; A line feature at 64 Kev in the X-ray spectrum of Her-X1; *Nature* **268** (1977) 508.
- Daugherty, J. K., Ventura, J.; Absorption of radiation in intense magnetic fields; *Phys. Rev.* **D18** (1978) 1053.
- Daugherty, J. K; *Gamma Ray Spectroscopy in Astrophysics*, NASA, Goddard Space Flight Center, 1978.
- Demeur, M.; Étude de l'interaction entre le champ propre d'une particule et un champ électro-magnétique homogène et constant; *Acad. Belg. Cl. Sci. Mem. Collect.* **28** (1953) 304.
- Dennis, B. R., Maurer, G. S., Cuttler, E. P., Crannell, C. J., Dolan, J. F., Frost, K. J. and Orwig, L. E.; *Gamma Ray Spectroscopy in Astrophysics*, NASA, Goddard Space Flight Center, 1978.
- Durouchoux, Ph., Bochet, D. and Rocchia, R.; *Gamma Ray Spectroscopy in Astrophysics*, NASA, Goddard Space Flight Center, 1978.
- Furry, W. H.; On bound states and scattering in positron theory; *Phys. Rev.* **81** (1951) 115.
- Gradshteyn, I. S. and Ryzhik, I. M.; *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press, 1965.
- Hanke, L. and Urban, P.; Zur greensschen Funktion der Diracgleichung; *Acta Phys.*

- Austr. **12** (1959) 304.
- Herold, H., Ruder, H., Wunner, G.; Cyclotron emission in strongly magnetized plasmas; *Astron. Astrophys.* **115** (1982) 90-96;
- Herold, H., H. Ruder and G. Wunner; Comment on the cyclotron emission rates in superstrong magnetic fields; *Phys. Lett.* **91** (1984) 272-274.
- Johnson, M. H. and Lippmann, B. A.; Motion in a constant magnetic field; *Phys. Rev.* **76** (1949) 868.
- Kahabka, P., Ögelman, H., Pietsch, W., Trümper, J., Voges, W.; EXOSAT observations of the iron line emission of Her-X1 during a 35 day cycle; *Space Sci. Rev.* **40** (1985) 355;
- Kaitna, R. and Urban, P.; Light propagation in a homogeneous magnetic field; *Nucl. Phys.* **56** (1964) 518-528.
- Klepikov, H. M.; La emisión de fotones y pares electrón-positrón en campos magnéticos; *Zh. Eksperim. Teor. Fiz.* **26** (1954) 19; Hay algunos artículos que tratan el problema cuántico del electrón sometido a la emisión de la radiación sincrotrónica. No pretendemos dar una lista completa de ellos, pero enumeraremos al menos los más importantes concernientes a este artículo; ellos son: (Sokolov et al., 1953), (Sokolov et al., 1956), (Sokolov et al., 1964), (Canuto et al., 1969), (Daugherty et al., 1978), (Latal et al., 1978), (Herold et al., 1982), (Canuto et al., 1977), (Tsai et al., 1974), (Johnson et al., 1949).
- Kopal, Z.; *Close Binary System*, Wiley, New York, 1959;
- Latal, H. G., Erber, T., Quantum modifications in magnetic Bremsstrahlung; *Ann. Phys.* **108** (1978) 408;
- Latal, H. G.; Cyclotron radiation in strong magnetic fields; *Astrophys. J.* **309** (1986) 372.
- Magnus, W., Oberhettinger, Soni, R. P.; *Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1966.
- Mattelson, J. L. and Gruber, D. E.; *Gamma Ray Spectroscopy in Astrophysics*, NASA, Goddard Space Flight Center, 1978.
- Mazets, E. P., Golenetskii, S. V., Aptekar', R. L., Gur'yan, Yu. A. and Il'inskii, V. N.; Cyclotron and annihilation lines in  $\gamma$ -ray bursts; *Nature* **290** (1981) 378.
- Melrose, D. B. and Parle, A. J.; Quantum electrodynamics in strong magnetic fields; *Australian J. Phys.* **36**(1983) 755.
- Moshinsky, M., A. Sánchez; Las tres caras de la espectroscopía: atómica, nuclear y subnuclear; *Rev. Mex. Fis.* Vol.34, N° 3, 511, julio-setiembre, 1988.
- Murakami, T., M. Fujii, K. Hayashida, M. Itoh, J. Nishimura, T. Yamagami, J. P. Conner, W. D. Evans, E. E. Fenimore, R. W. Klebesadel, A. Yoshida, I. Kondo, N. Kawai; Evidence for cyclotron absorption from spectral features in gamma-ray bursts seen with Ginga; *Nature*, **335** (1988), 234-235.
- Ögelman, H., Kahabka, P., Pietsch, W., Trümper, J., Voges, W.; 35 day cycle and

- rotation period of Her-X1; Space Sci. Rev. **40** (1985) 347;
- Ögelman, Hakki; The 35 day cycle of Her-X1: quality of the clock mechanism; Astron. Astrophys. **171** (1987) 79-84.
- Pravdo, S. H., Bussard, R. W., Becker, R. H., Saba, J. R., Serlemitsos, P. J. and Swank, J.H., A hard x-ray feature in Her X-1; Astrophys.J. **225** (1978) 988.
- Ramesh Chand and Szamosi, G.; the cyclotron lines in Her X-1; Letters N. C. **22**(1978) 660.
- Ruder, H., Herold, H., Rösner, W. and Wunner, G.; 4<sup>th</sup> General Conference of the CMD of the European Physical Society, March 1984.
- Ruder, H., Herold, H., W. Rösner and Wunner, G., preprint (1984): Pulsars: High magnetic field laboratories with  $10^8$  T; Inst. Theor. Astrophys., Tübingen.
- Rudermann, M.; Proceedings of the Symposium on Cosmological Processes, University of Colorado, 1985.
- Shapiro, M. M., *Cosmic Radiation in Contemporary Astrophysics*, D. Reidel, Dordrecht, 1986.
- Semionova, L.; M. Sc. Tesis; Universidad de Costa Rica, 1983.
- Sokolov, A.A., H. M. Klepikov, I. M. Ternov; Teoría cuántica del electrón radiante II; Zh. Eksperim. Teor. Fiz. **24** (1953) 249;
- Sokolov, A.A, A. H. Matseev; Emisión producida por electrones ultrarrelativistas en campos magnéticos; Zh. Eksperim. Teor. Fiz. **30** (1956) 126.
- Sokolov, A. A., and Ternov, I. M.; *Synchrotron Radiation*, Akademie Verlag - Pergamon Press, 1968.
- Sokolov, A. A. and Ternov, I. M.; Sobre los efectos de polarización en emisiones de electrones; Zh. Eksp. Teor. Fiz. **31** (1956) 473.
- Sokolov, A. A. and Kolesnikova, M. M.; On the scattering of the transversally polarized fermions; Zh. Eksp. Teor. Fiz. **38** (1960) 1778.
- Sokolov, A. A.; *Introduction to Quantum Electrodynamics*, Books 1-2, USAEC, 1960.
- Scheepmaker, A., Jansen, F. A., Deerenberg, A. J. M., Ricker, G. R., Ballintine, Vallergas, J. V. and Lewin, W. H. G.; High-energy X-ray spectrum of Her-X1; Space Sci. Rev. **30** (1981) 325.
- Staubert, R., Kendziorra, E., Pietsch, W., Proctor, R. J., Reppin, C., Steinle, H. and Trümper, J.; Hard X-ray Balloon observations of compact galactic and extragalactic X-ray sources; Space Sci. Rev. **30** (1981) 309.
- Suárez, S.R.; Integración del cuadvivector momento asociado al fotón en el bremsstrahlung del decaimiento semileptónico débil; Rev. Mex. Fis. Vol. **32**, N° 3, 455, Agosto, 1986.
- Ternov, I.M., Galzow, D.W., Bagrow, W.G.; Emisión de electrones con espín orientado a lo largo del campo magnético; Zh. Eksperim. Teor. Fiz. **46** (1964) 374.
- Torres del Castillo, G.F.; De la ecuación de Dirac a los espinores; Rev. Mex. Fis. Vol. **33**,

N° 1, 115, Febrero, 1987.

Trümper, J., Pietsch, W., Reppin, C., Sacco, B., Kendziorra, E. and Staubert, R.; Texas Symposium on Relativistic Astrophysics (Boston 1976), Ann. N. Y. Acad. Sci. **302** (1977) 538;

Trümper, J., Pietsch, W., Reppin, C., Voges, W., Staubert, R. and Kendziorra, E.; An emission cyclotron line in Her X-1; *Astrophys. J.* **219** (1978) L105.

Trümper, J., *Gamma Ray Spectroscopy in Astrophysics*, NASA, Goddard Space Flight Center, 1978.

Trümper, J.; *Cosmic Radiation in Contemporary Astrophysics*, D. Reidel, Dordrecht, 1986.

Trümper, J., Pietsch, W., Reppin, C., Sacco, B., Kendziorra, E. and Staubert, R.; Texas Symposium on Relativistic Astrophysics (Boston 1976), Ann. N. Y. Acad. Sci. **302** (1977) 538;

Tsai, Wu Yang and Erber, T., Photon pair creation in intense magnetic fields; *Phys. Rev.* **D10** (1974) 492;

Tueller, J., Cline, T., Paciasas, W., Teergarden, B., Bochet, D., Durouchoux, Ph., Hameury, J. and Haymes, R.; *Gamma Ray Spectroscopy in Astrophysics*, NASA, Goddard Space Flight Center, 1978.

Ubertini, P., Bazzano, A., La Padula, C. D., Polcaro, V. F., Manchanda, R. K. and Damle, S. V., *Gamma Ray Spectroscopy in Astrophysics*, NASA, Goddard Space Flight Center, 1978; parte de la literatura concerniente a las líneas del espectro de Her X-1 se encuentra en los siguientes artículos (vea (White, 1980), (Ubertini et al., 1981), (Durouchoux, 1978), (Coe et al., 1977), (Mattelson et al., 1978), (Dennis et al., 1978), (Trümper et al., 1977), (Trümper, 1978), (Tueller et al., 1978), (Pravdo et al., 1978).

Ubertini, P., Bazzano, A., La Padula, C. D., Polcaro, V. F., Vialetto, G. and Manchanda, R. K.; Hard x-rays observations of Her X-1; *Space Sci. Rev.* **30** (1981) 327-330.

Voges, W., Kahabka, P., Ögelman, H., Pietsch, W. and Trümper, J.; Temporal intensity fluctuations of Her-X1 around 100 sec time scales; *Space Sci. Rev.* **40** (1985) 339;

White, D.; Transitions to the ground-state in synchrotron radiation; *Phys. Rev.* **D9** (1974) 868;

White, D., Dominance of ground-state transitions in synchrotron radiation; *Phys. Rev.* **D13** (1976) 1791. Sin hacer el cálculo explícito de las funciones de transición (lo hizo numéricamente desde el inicio) White encontró que, para intensidad de campo magnético del orden del campo crítico, se inducen las transiciones hacia el estado base, y que esas razones de transición son más probables que aquellas que se inducen a pasar al primer estado excitado de Landau. Esa dominancia de las transiciones de pasar hacia el estado base es válido aún para diferentes polarizaciones del espín (*spin*) del electrón y del fotón.

White, D.; Remarks concerning the 58 Kev line from Her-X1 interpreted as a synchrotron emission line; *Phys. Lett.* **80A** (1980) 377. Debido a esta publicación se planteó una discusión entre White y el grupo de H. Ruder, porque White efectuó en el artículo antes mencionado, una integración utilizando incorrectamente una propiedad de la función delta de Dirac (ec. 3.3 de nuestro trabajo), por lo que sus resultados siempre fueron diferentes a los encontrados experimentalmente para las líneas de 58 Kev en Her X-1. Para seguir esa discusión léase, (Herold et al., 1982), (Herold et al., 1984).

D. White; Comment on "comment on the cyclotron emission rates in superstrong magnetic fields"; *Phys. Lett.* **93A** (1982) 9.